13/08/2018

Docente: Alejandro Padilla / ~~R~~ A Aurora Torres
Materia: Fundamentos de Estructuras Computacionales

Evaluación
Primer Parcial 25%

Examen	80%
Asistencia, trabajos	20%

Introducción a la Ingeniería y a los Sistemas Numéricos

De acuerdo a la historia se cree que los primeros pobladores utilizaban rayas, círculos, figuras de animales u objetos para representar cantidades. Los egipcios utilizaban los siguientes símbolos para representar cantidades y algunos de ellos de manera simple

? = 100 ∩ = 10 I = 1

Por ejemplo 136 = ? ∩∩∩ IIIIII

Un sistema como el anterior se conoce como sistema aditivo, y en él se suman los valores de todos los símbolos para obtener la cantidad total, siendo un sistema impráctico

Otro sistema aditivo de numeración es el romano en el cual los símbolos para representar eran:

I = 1	L = 50	
V = 5	C = 100	M = 1000
X = 10	D = 500	

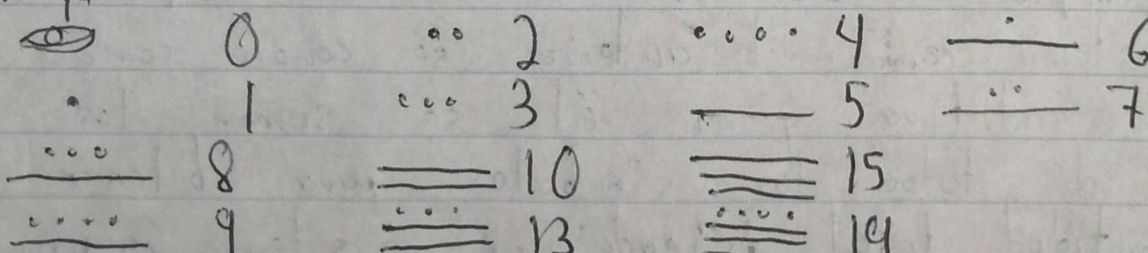
Ej. 2456 = MMCDLVI

Se cree que los babilonios fueron unos de los primeros pueblos en usar un sistema posicional para la representación de cantidades, ya que, con base en el movimiento de los astros, usaban un sistema sexagesimal (60 caracteres diferentes) donde cada uno representa un número y todavía se usa para la hora

16/08/2018

Sistema de Numeración Maya

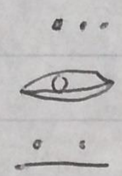
El sistema posicional numérico maya se estableció para representar un sistema de numeración complejo con lo cual, la cultura maya, aportó de forma valiosa a la ciencia, al proporcionar o establecer un símbolo para el 0. Este sistema tiene una base 20 y los 20 símbolos distintos correspondientes se obtienen a partir de la combinación de los que se consideran los 3 símbolos básicos para representar cantidades.
Los siguientes símbolos son algunos base del sistema maya



Se trata de un sistema aditivo ya que se suman las líneas y puntos para obtener los símbolos
A su vez, a partir del 20, como base se utiliza la posición que ocupa cada símbolo para que, al multiplicar el símbolo por potencias de 20 según su posición y

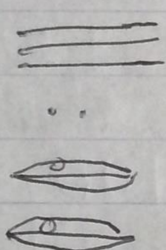
sumar sus resultados parciales se obtiene el número
Para representar cantidades, se coloca un símbolo encima del otro, asignando respectivamente a la base, el exponente 0; de acuerdo a esto, se considera la parte más baja y la siguiente parte se va subiendo el exponente una vez

Ejemplo: 1207



$3 \times 20^2 = 1200$
$0 \times 20^1 = 0$
$7 \times 20^0 = 7$
1207

120,800



$15 \times 20^3 = 120{,}000$
$2 \times 20^2 = 800$
$0 \times 20^1 = 0$
$0 \times 20^0 = 0$

14,356

$1 \times 20^3 \quad 8{,}000$
$15 \times 20^2 = 6{,}000$
$17 \times 20^1 = 340$
$16 \times 20^0 = 16$

2999

$7 \times 20^2 = 2800$
$9 \times 20^1 = 180$
$19 \times 20^0 = 19$
2999

53401

$6 \times 20^3 = 48{,}000$
$13 \times 20^2 = 5{,}200$
$10 \times 20^1 = 200$
$1 \times 20^0 = 1$

53401

Tarea para el lunes

1 1486
2 494
3 36294
4 152,540
5 1,742,980

1.- 1486

$3 \times 20^2 = 1{,}200$
$14 \times 20^1 = 280$
$6 \times 20^0 = 6$

2.- 494

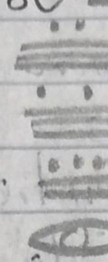
$1 \times 20^2 = 400$
$4 \times 20^1 = 80$
$14 \times 20^0 = 14$

3.- 36,294

$4 \times 20^3 = 32{,}000$
$10 \times 20^2 = 4{,}000$
$14 \times 20^1 = 280$
$14 \times 20^0 = 14$

4.- 152,540

$19 \times 20^3 = 152{,}000$
$1 \times 20^2 = 400$
$7 \times 20^1 = 140$
$0 \times 20^0 = 0$



5.- 1,742,980 = 10×20^4 = 1,600,000
17×20^3 = 136,000
17×20^2 = 6,800
9×20^1 = 180
0×20^0 = 0

20/08/2018

Sistema de adición octal, Hexadecimal y binario.

Binario

En el sistema binario, sólo existe el 0 y 1. Como sucede en el sistema decimal, en ese sistema también se utiliza exponentes para expresar grandes cantidades y la base es 2. Con algo de historia del sistema binario el antiguo matemático hindú Pingala presentó la primera descripción que se conoce de un sistema binario en el s. III a.C. lo cuál coincidió con su descubrimiento del concepto de número 0.

El sistema binario moderno se documentó por Leibniz en el s. XVII en su artículo llamado "Explicación de la aritmética del binario" se le debe a Leibniz alguna de las bases de la computación.

La representación exponencial se usa para convertir una cantidad de un sistema numérico cualquiera al decimal como el de binario queremos convertir a decimal, cada número de derecha a izquierda sube 2^{n+1}

28 2
0 14 2
0 7 2
1 3 2
1 1

1 1 1 0 0
2^0

4 0 12
8 0 26
16 28

$2^n \ldots 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0$

Cuando queremos convertir un número de decimal a binario es, de acuerdo a las posiciones, dividir el número base 10 entre 2, el sobrante o residuo se pone a la derecha del valor y en seguida la división exacta se divide nuevamente entre 2 hasta el fin de los tiempos :v

Por ejemplo transformar 28 a binario:

$$
\begin{array}{l}
28 \,|\, 2 \\
\quad 0 \leftarrow 14 \,|\, 2 \\
\qquad 0 \leftarrow 7 \,|\, 2 \\
\qquad\quad 1 \leftarrow 3 \,|\, 2 \\
\qquad\qquad 1 \leftarrow 1 \longrightarrow 11100
\end{array}
$$

Ahora para transformar 11100 a decimal

$$
\begin{array}{ccccc}
1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
\times & \times & \times & \times & \times \\
2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0
\end{array}
$$

$$16 + 8 + 4 + 0 + 0 = \underline{28}$$

Sistema Octal

Su característica base es agrupar instrucciones de lenguaje máquina en grupos de 3 sobre el binario. Para convertir una cantidad de decimal a ~~binario~~ octal, se lleva a cabo de manera similar que al binario, donde el proceso es:

367/8	sobra
45	7
5	5

557

64
0

Y a la inverso

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & & 5 & & 7 & & \\ 8^2 & & 8^1 & & 8^0 & & \\ 320 & + & 40 & + & 7 & = & 367 \end{array}$$

Ejercicio

$544_{10} \rightarrow B_8$

$296_{10} \rightarrow$

544

$$\begin{array}{l} 544 \div 8 = 68, \ \text{residuo } 0 \\ 68 \div 8 = 8, \ \text{residuo } 4 \\ 8 \div 8 = 1, \ \text{residuo } 0 \end{array} \rightarrow 1040$$

296

$$\begin{array}{l} 296 \div 8 = 37, \ \text{residuo } 0 \\ 37 \div 8 = 4, \ \text{residuo } 5 \end{array} \rightarrow 450$$

22/08/2018

La base numérica del hexadecimal es 16. Uno de sus objetivos en la computadora es agrupar los números binarios que se ejecutan en un lenguaje máquina
La forma de representarlo, es desde el 0 al 15 con la salvedad del uso de las letras:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, d, e, f
Para poder representar en el sistema
La forma de conversión es igual que para otras bases

1256

$$\begin{array}{r|l} 1256 & 16 \\ 8 & 78 \;|\; 16 \\ & 14 \quad 4 \end{array}$$

4e8

A la inversa

4	e	8
4	14	8
$\times$	$\times$	$\times$
16^2	16^1	16^0

$1024 + 224 + 8 = 1256$

4e8 a binario

$$\underbrace{\overset{4}{0100} \quad \overset{e}{1110} \quad \overset{8}{1000}}$$

Se separa en 4

010011101000

De aquí a octal

010	011	101	000
2	3	5	0

Se separa en 3

Ejercicios

a) $4392_{10} \rightarrow X_{16}$

b) $AF1B_{16} \rightarrow X_8$

c) $672_8 \rightarrow X_2$

a)

$$\begin{array}{r|l} 4392 & 16 \\ 8 & 274 \;|\; 16 \\ & 2 \quad 17 \;|\; 16 \\ & \quad\quad 1 \quad 1 \end{array}$$

1128

b) 10 15 1 11

16^3 16^2 16^1 16^0

40960 3840 16 11 = 44827

44827 | 8
3 5603 | 8
3 700 | 8
4 87 | 8
7 10 | 8
2 1

127433

c) 6 7 2
110 111 010 → 110111010

23/08/2018

Principios del Sistema de Conteo

Se encuentran implícitas dos operaciones aritméticas fundamentales: Suma y multiplicación

Principio fundamental del producto

Establece que si una operación se puede hacer de n formas y cada una de estas puede llevarse a cabo de m maneras distintas, entonces $n \times m$ será el número de formas distintas que se pueden realizar

Ejemplo: Un algoritmo tiene 3 procesos (a, b, c) y cada uno tiene 4 ciclos (1, 2, 3, 4)

¿Cuántos ciclos tendrá el algoritmo? 12

Usando este principio se sabe que es 12

El conjunto de resultados es C{A1, A2, A3, A4, B1, B2, B3, B4, C1, C2, C3, C4}

Otro ejemplo: En una biblio hay 3 libros de computación, 1 de bases de Datos, otro de Teoría de Computación y otro de Sistemas Operativos. Hay un grupo de alumnos que pueden usarlos.

Si se desea saber los posibles arreglos que se pueden formar entre libros y alumnos, se puede saber multiplicando # libros x # alumnos, pero al solicitar el mismo arreglo quedaría

$$\underset{\text{Libros}}{3} \times \underset{\text{Alumnos}}{12} = 36$$

Puede representarse con tablas o diagramas de árbol

24/08/2018

Problema de Combinatoria

Se desea conocer el número de placas que se pueden formar si tienen 2 dígitos y 3 letras mayúsculas. De acuerdo a eso tenemos

$$\begin{array}{ccccc} N & N & L & L & L \\ 10 \times & 10 \times & 26 \times & 26 \times & 26 = \end{array}$$

Se consideran todos los elementos de números y todos los de letras y que se pueden repetir Tomando en cuenta el abecedario inglés

$$10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26 = 1,757,600$$

Este resultado es sí y sólo sí se pueden repetir números y letras. En caso de que no, se queda así: $10 \times 9 \times 26 \times 25 \times 24 = 1,404,000$

Principio Fundamental de la Adición

Establece que si un evento puede llevar a cabo una acción en n ó m formas distintas además de no ser posible que se lleve a cabo también en diferentes lugares a la vez entonces el evento se puede realizar de m+n formas

Ejemplo:

Un men puede pagar el agua en 7 oficinas municipales o en 30 bancos de la ciudad ¿En cuantos lugares diferentes se puede pagar el servicio? 37 :v

Combinando el principio de adición y multiplicación se analizará:

Suponemos que queremos etiquetar las gabetas de los alumnos de la uni, la gabeta puede marcarse con un dígito, una letra o la combinación de una letra y un dígito sin importar LN ó NL

$$10 + 26 + (10 \times 26) + (26 \times 10) = 556$$

Permutaciones 27/08/2018

Numero de formas en que 1 o varios objetos pueden colocarse intercambiando sus lugares y siguiendo algunas reglas específicas para su orden

Tambien se puede considerar como todo un arreglo en el que es importante la posición que ocupa cada elemento que integra dicho arreglo

Ejemplo: Supongamos que la academia de Ing. de software del Depto de Ciencias de Computación se integra por 3 maestros (Rosalinda, Miguel y Alejandro) y que con ellos se debe integrar un comité conformado por un presidente, secretario y vocal

Suponiendo que primero se selecciona al presidente luego secretario y luego vocal, hallar cuántos arreglos se pueden hacer

$$\underset{3}{P} \times \underset{2}{S} \times \underset{1}{V} = 6$$

De acuerdo al ejercicio anterior, si n es el número de elementos de un conjunto $(n = 3)$, entonces el número de permutaciones que se pueden formar cuando los arreglos son del tamaño n es $n!$

Si representamos P: $P = n(n-1)(n-2)\ldots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Lo anterior implica que el presidente puede seleccionarse de 3 formas, el secretario de 2 y el vocal de 1

A diferencia del ejemplo anterior, supóngase ahora que la academia creció y ahora hay 8 profes y que de ahí se desea integrar el comité propuesto por los 3 puestos. Con las mismas reglas de selección halle la cantidad ~~de formas~~ de arreglos

$$\underset{8}{P} \times \underset{7}{S} \times \underset{6}{V} = 336$$

$56 \cdot 6$

ó

$$\frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!}$$

Si n es el número de elementos de un conjunto y r es el número de elementos a seleccionar, entonces, se desarrolla la siguiente fórmula: $\frac{n!}{(n-r)!}$

Con cinco compus (a, b, c, d, e) se toman 3 para mandarse a los departamentos de ventas, compras y manteni-

0! =

miento. Si la primer compu es para ventas, la segunda para compras y pos ya sabes ir ¿de cuantas formas habrán arreglos?

$$\begin{array}{ccc} V & C & M \\ 5 \times & 4 \times & 3 = 60 \end{array}$$

28/08/2018

"sal"

a) Sin repetición y $r=n$

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

b) Con repetición y $r=n$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

c) Sin repetición y $r=2$

$$3 \times 2 = 6$$

d) Con repetición y $r=2$

$$3 \times 3 = 9$$

Obtener las permutaciones de la palabra "bebe" donde $n=4$ y "B" se repite 2 veces, así como "E"

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

Evaluar la palabra "cotorro"

a) Eliminando todas las repeticiones

$\cancel{7!/3! \cdot 2! = 420}$ $4! = 24$

b) Usando o considerando que todas son diferentes

$$\frac{7!}{3! \cdot 2!} = \frac{5040}{12} = 420$$

ABCD $\begin{cases} \underbrace{A}_{} & \underbrace{B}_{} & \underbrace{C}_{} \\ B & A & C \\ C & A & B \end{cases}$ 30/08/2018

Combinaciones

Una combinación es todo arreglo de elementos que son seleccionados de un conjunto, en donde no interesa el orden del arreglo. Es decir, el arreglo ABC es igual a BAC. No importa si un elemento determinado es el primero, segundo o etcétera.

El número de combinaciones de n objetos distintos, tomados de r a la vez, se encuentra dado por la expresión

$$C\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!}$$

Ejemplo 1: Supongamos lo de la academia de IA con los mismos maestros que con ellos se debe formar un comité integrado por presidente, secretario y vocal. Supóngase que no importa cuál de los integrantes ocupará algún puesto ¿cuántos tipos de arreglos hay?

$$\binom{3}{3} = \frac{3!}{(1)!\,3!} = 1$$

Ejemplo 2: Similar al ejemplo de permutaciones si tenemos los integrantes 8 y deseamos 3 puestos sin importar orden ¿cuántos arreglos son?

$$\begin{matrix}8\\3\end{matrix} \quad \frac{8!}{5!\cdot 3!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{\cancel{3\cdot 2}} = 56$$

Ejemplo 3: Una compañía de desarrollo de software desea contratar a 8 personas de un grupo de 14 profesionistas egresados de ICI de la UAA ¿cuántos arreglos se pueden hacer sin importar orden?

$\cancel{8}$ 14

8 $\quad 6!\cdot 8!$

a) Sin importar el orden

$$\binom{14}{8} = \frac{14!}{8!\,6!} = \frac{\cancel{14}\cdot 13\cdot \cancel{12}\cdot 11\cdot \cancel{10}\cdot \cancel{9}}{\cancel{6}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}} = \underbrace{7\cdot 13\cdot 11\cdot 3}_{3003}$$

b) Si se seleccionan pensando en que el primero ocupará la dirección de desarrollo, el segundo jefatura, el 3ro el programador A, el 4to de programador B y así sucesivamente hasta que el 8vo sea programador F. Todo esto considerando que la responsabilidad de puesto y salario van de forma decreciente

$$\frac{14!}{8!} = 121,080,960$$

c) Si se toman a los 14 mens para los 14 puestos de diferentes responsabilidades sin que sea importante el orden de selección

$$14! = 87,178,291,200$$

31/08/2018

Ejercicio

En un examen de regularización de física se integra por 5 unidades diferentes y c/u tiene 7 preguntas diferentes

a) Si se desea que se contesten sólo 4 preguntas de cada unidad sin importar el orden ¿de cuantas maneras distintas se puede contestar el examen?

$$\underbrace{\underset{\substack{U1\\35}}{7C4} \times \underset{\substack{U2\\35}}{7C4} \times \underset{\substack{U3\\35}}{7C4} \times \underset{\substack{U4\\35}}{7C4} \times \underset{\substack{U5\\35}}{7C4}}_{52,521,875}$$

(y between U1–U2 and U2–U3)

b) Si se deben contestar 6 preguntas de la primera unidad, 4 de la 2da y 3ra, y 3 de las unidades 4 y 5, sin importar el orden en que se contesten. Calcula las formas distintas

$7C6 \times 7C4 \times 7C4 \times 7C3 \times 7C3$

$7 \quad 35 \quad 35 \quad 35 \quad 35 =$

$10,504,375$

c) En total son 35 preguntas considerando las 5 unidades. Si sólo se deben contestar 20 preguntas sin importar el orden ni la unidad. Calcula las formas distintas

$35C20 = 3,247,943,160$

d) ¿De cuantas maneras se puede contestar el examen si se requiere que se contesten todas las unidades y preguntas sin importar el orden

$35C35 = 1$

03/09/2018

Principio del Palomar

El matemático Gustav L. Dirichlet, para demostrar un resultado de aproximación de números irracionales, para finitos que se pueden repetir periódicamente creó el principio Dirichlet y más comúnmente el "Principio del Palomar" donde propuso que si tenemos un conjunto de palomas n y un conjunto de palomares $n-1$, entonces al menos dos palomas estarán en un palomar.

Si ~~hay~~ cada individuo de la Tierra tiene 1,493,000 cabellos, y en un auditorio hay 2,000,000 de personas ¿cual es la probabilidad de que más de 1 tengan el mismo número de cabellos?

189
54
729

$$1{,}493{,}000 \overline{)2{,}000{,}000} = 1.33 + 1 = 2$$

Ejercicio

En cualquier espectáculo del teatro, que esté lleno existen 2 personas del público tales que su primer y última letra sean iguales. El aforo del teatro es de 800 personas ~~teniendo~~ (palomas)

Los pares formados por la primer y última letra son los palomares.

Tomando en cuenta el abecedario mexicano (27 letras)

Hay 729 arreglos de las 2 letras

Como hay más palomas que palomares, hay 2 persons que comparten la primera y última letra del nombre

En una fiesta de ICI existen al menos 2 mens con el mismo número de amigos
Supongamos que en la fiesta hay 32 de nuevo ingreso con las condiciones:
Si todos tienen al menos un amigo, cada uno de los 32 mens (palomas) pueden tener de 1 a 31 amigos ya que supone que uno no es amigo de sí mismo y las cantidades (palomares) es de 1 a 31. Diríamos que hay 2 personas con el mismo número de amigos
Con otro razonamiento, si de los 32 de la fiesta, 7 no tienen amigos, el análisis se haría con las 25 restantes que ahora tendrían entre 1 y 24 amigos; de acuerdo a esto, también se cumple

Consideremos: En la feria universitaria asistirán en promedio 40,000 a la UAA, teniendo un dato estadístico de los otros años, asistieron 30,000 el año pasado, 28,000 el antepasado, de los cuales el promedio de mens fue del 43% y el resto mujeres. De acuerdo a la probabilidad de este año y al principio del palomar ¿cual será el número de mujeres que asistan? 40,000 × .57 = 22,800
seria la población

04/09/2018

Ejercicios

Demostrar que si 8 personas están en una habitación, al menos 2 de ellas cumplen años el mismo día de la semana

$$7\overline{)8}\quad 1.142$$

¡V Palomas Personas

Palomares Días

En SoftTec requieren para un proyecto 13 programadores de ICI, de los 13 programadores, se hará una agenda para festejarles el mes de cumpleaños, ¿al menos dos de ellos cumplirá el mismo mes? Si ¡V

$$12\overline{)13}\quad 1.083$$

"Canicas" Mens

"Casillas" Meses

De acuerdo al planteamiento anterior, ahora se quiere contratar 39 programadores ¿cuál es la posibilidad de los que cumplen el mismo mes

$$12\overline{)39}\quad 3.25$$

Habrán al menos 4 que cumplan el mismo mes SEGURO

En una lista de 600,000 palabras, donde cada palabra consta de 4 o menos letras minúsculas, el número de palabras distintas ¿cuántas serían?

4 letras 27^4

3 27^3

2 + 27^2

1 27^1

} 551880 palabras

1 ~~2~~ 2 $\frac{2}{2}$ $\frac{7}{2}$

Palomas 600, 000
Palomares 551, 880
} 1.087

Habrán 2 iguales

05/09/2018

Tarea 10 Problemas de Combinatoria

Libro Combinatoria 1.- Teresa no recuerda bien los cuatro últimos dígitos de su amigo Diego. Sin embargo, recuerda que estas cifras no se repiten y todas ellas son menores a 4 ¿cuántos números de teléfono cumplen con estas condiciones?

$\{3, 2, 1, 0\} < 4$

$4! = \underline{24}$

$\underline{24}$

2.- Dados los números 1, 2 y 7

a) ¿Cuántos números de dos cifras se pueden formar con ellos?

$_3P_2$

$$\frac{3!}{(3-2)!} = 6$$

$\underline{6}$

* b) ¿Cuántos de los anteriores son menores que 40?

Elección 1 Elección 2

1 ó 2 El sobrante de la E1 ó 7

$2 \times 2 = 4$

12, 21
17, 27

$\underline{4}$

* c) ¿Cuántos son mayores que 11?

El menor es 12 ∴ Todos

Todos

3.- 12 personas son condenadas a muerte. Antes de ser ejecutados se les concede un "último deseo". Uno de los condenados que se prorrogue la ejecución por el tiempo

$$\frac{6!}{(6-6)!\cdot 2!\cdot 2!}$$

424274 424224

necesario para colocarse, los 12 condenados, en una fila en todos los órdenes posibles, haciendo un cambio por minuto. Se les concede el deseo ¿Por cuánto tiempo se prorroga la ejecución?

$12! = 479{,}001{,}600$ minutos

$7{,}983{,}360$ horas

$332{,}640$ días

911.342 años

479,001,600 minutos

4.- ¿Cuántos números pueden formarse con las cifras de 425278?

6P6 con 2 apareciendo dos veces

$$\frac{6!}{(6-6)!\cdot 2!} = 360$$

360

* ¿Cuántos de ellos son múltiplos de 5?

$$\frac{}{5}\times\frac{}{4}\times\frac{}{3}\times\frac{}{2}\times\frac{}{1}\times\frac{5}{1}$$

5P5 con 2 apareciendo dos veces

$$\frac{5!}{(5-5)!\cdot 2!} = 60$$

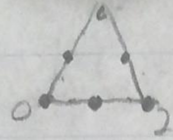
60

True Story * 5.- ¿Qué probabilidad es menor? Lanzar 3 dados y que en los tres se obtenga el número 6 o adivinar en el primer intento la contraseña de un candado que se abre insertando números del 0 al 9

1 Dado: $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{216}$ Candado: $\frac{\text{Evento buscado}}{\text{Total de eventos}} = \frac{1}{\text{Eventos totales}}$

0.463% Total = 10 · 10 · 10

El candado 0.1% ← $\frac{1}{1000}$ El candado



6 5
5 9

6.- En un salón de 25 personas se imparte una clase de Teoría del Conocimiento. En dicha clase los 25 alumnos revisaron cuatro ensayos distintos. Cada alumno, según su percepción, ordenó del mejor al peor los cuatro ensayos ¿puede afirmarse que al menos dos o más estudiantes ordenarían los ensayos de la misma manera? Nota: Se evalúa de la A (mejor) a la D (peor)

Para evaluar: E1 E2 E3 E4

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Hay 24 formas diferentes de evaluar
Y 25 alumnos
Por Principio del Palomar sí, al menos 2

Sí, al menos 2

Ejercicio (1K): 4

1B ★ 7.- Será seleccionado un equipo de 4 estudiantes para una competencia de matemáticas. Hay 8 hombres y 12 mujeres para escoger

a) ¿De cuántas maneras puede conformarse un equipo?

Total $20 \rightarrow \binom{20}{4} = \frac{20!}{(20-4)! \cdot 4!} = 4845$

4845

b) Si el equipo debe incluir un hombre y una mujer ¿de cuántas maneras puede hacerse la selección?

Lo más fácil aquí: Descontar
¿Qué casos del total que se conocen se prohíben aquí?
El caso dónde son puros hombres $\binom{8}{4}$ y puros mujeres $\binom{12}{4}$

$4845 - 70 - 495 = 4280$

4280

$4! + 6! \cdot 2!$ Aquí dice entonces que pondré 6 no 8 posibilidades

OMM

8.- Demuestre que la siguiente afirmación es verdadera:
"Si se realizan doce tiradas con dos dados entonces en al menos dos de tales tiradas se obtiene la misma suma de puntos"

Hay 11 distintas sumas, del 2 al 12
Son 12 tiros
Por principio del palomar

Por principio del Palomar

9.- Dados 6 enteros diferentes del conjunto {1, 2... 10} demuestre que hay dos de ellos cuya suma es un número impar

Hay 5 pares y 5 impares por lo que entre los 6 hay al menos 1 par y 1 impar, esto por el P del Palomar, la suma de un par y un impar será siempre un impar

Par + impar

Principio del Palomar

Examen 4ª [redacted] Olimpiada Juvenil de Mate 2008

*10.- El número 916238457 es un ejemplo de un número de nueve dígitos que contiene cada dígito del 1 al 9 exactamente una vez y cumple con la propiedad de que los dígitos del 1 al 5 aparecen en orden creciente, pero del 6 al 9 no ¿cuántos números existen con estas mismas características?

1: Escribir 1, 2, 3, 4, 5
2: El 6 se puede poner en 5 lugares diferentes
3: El 7 en 7: '1'2'6'3'4'5
4: El 8 en 8 y el 9 en 9
Por lo tanto: $5 \times 7 \times 8 \times 9 = 2520$

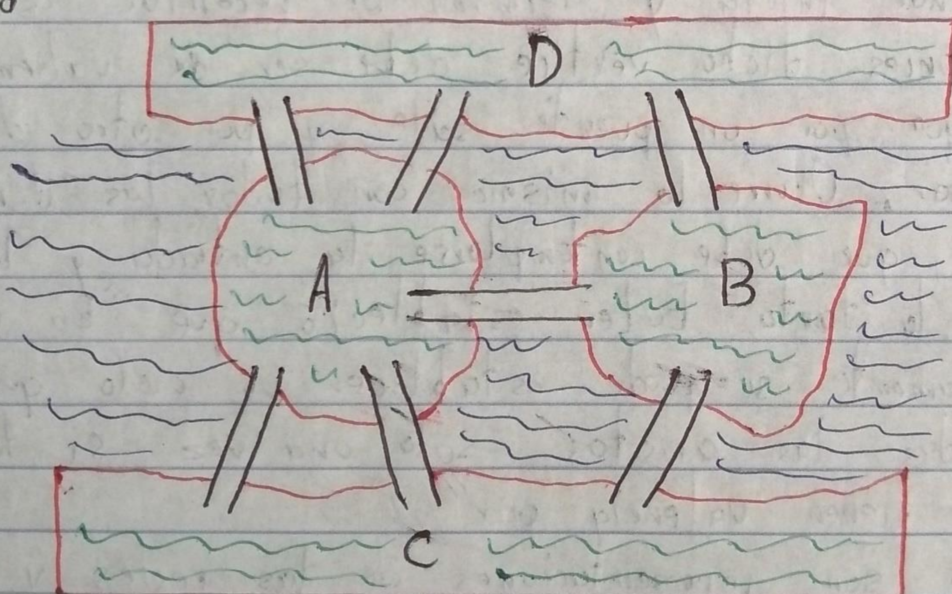
$\underline{2520}$

10/09/2018

Teoría de Grafos

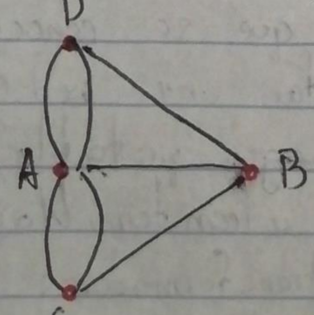
Introducción

Uno de los primeros resultados de la Teoría de Grafos fue el que se obtuvo por Leonard Euler en el Siglo XVIII al resolver el problema de Königsberg. Este problema consiste en recorrer 7 puentes que conectan 4 porciones de tierra bajo la condición de pasar por cada puente una sola vez. En la siguiente figura se muestra la forma en que están distribuidos los puentes con los espacios de tierra



Euler representó el problema por medio de una figura como la siguiente:

La llamó Grafo



A las porciones de tierra representadas por un punto las llamó vértices, a los puentes representados por líneas les llamó aristas; y al número de líneas que salen o entran a un vértice lo llamó orden del vértice, el cual más tarde le llamó "valencia"

Después de analizar el problema, Euler concluyó de que es imposible obtener un itinerario que salga de un vértice y regrese a él pasando por todas las aristas una sóla vez. Según Euler si al vértice donde inicia y termina el recorrido es el mismo, entonces dicho vértice debe ser de valencia par, ya que por un puente sale y por otro diferente debe regresar. Ocurre lo mismo con todos los demás vértices ya que debe contemplarse la entrada y la salida; por lo tanto, Euler estableció que "En un grafo, únicamente se puede establecer un ciclo que pase por todas las aristas sólo una vez si todos los vertices tienen valencia par"

Los grafos son representaciones de las redes y por medio de ellos se puede expresar en forma visual y sencilla la relación entre elementos de distinto tipo, por ejemplo, se puede usar para representar la estructura de una empresa en lo que se conoce como organigrama, o bien para representar una red electrica, telefonica, carreteras, enlaces de agua potable, estructuras difusas como redes neuronales, alcantarillado, etc.

Los vertices pueden ser postes, transformadores, telèfonos,

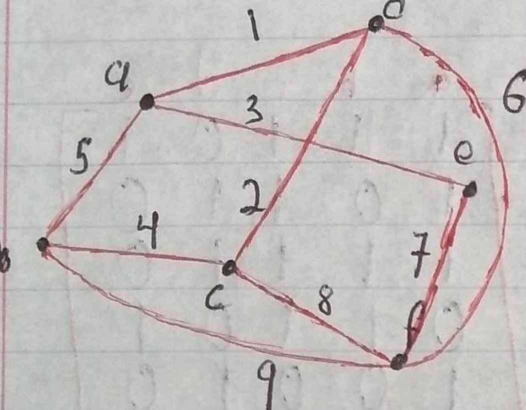
centrales telefónicas, válvulas, registros, etc.
Las aristas que tienen relación entre esos vértices pueden ser tubos, cables, carreteras, entre otros.
Uno de los objetivos de los grafos es eliminar conexiones redundantes para reducir costos y distancias.
En computación, los grafos se usan para mostrar las relaciones entre archivos, registros, computadoras, servidores en internet, etc.

¿Cómo puedo calcular ataques totales del ajedrez?

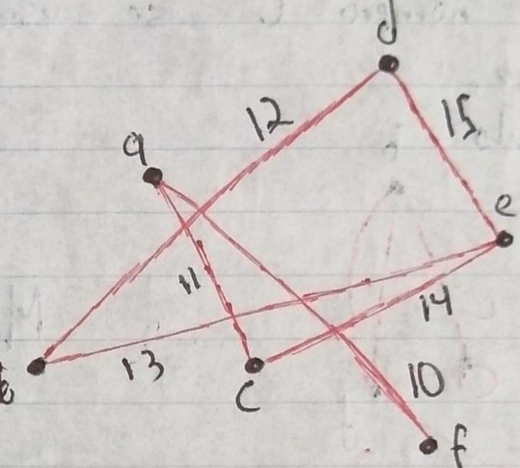
18/09/2018

Complemento de un grafo G

Un complemento es el grafo que le falta a otro grafo G de forma que entre ambos forman un grafo completo de n vértices. Este grafo no tiene lazos ni ramas paralelas



G



G'

Representación Matricial de Grafos

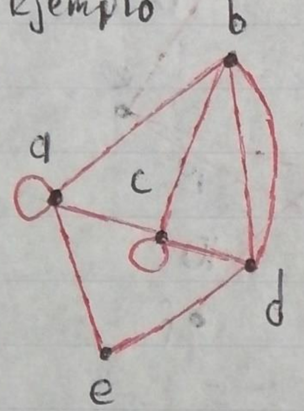
El uso de matrices para representar sistemas de ecuaciones, relaciones o grafos, permite una clara manipulación de la información de manera más rápida y la posibilidad de determinar las propiedades de los grafos que de otra forma serían más difícil de obtener. Con el uso de una matriz en la computadora se puede manipular como un arreglo o lista doblemente ligado

A continuación se describen las representaciones matriciales de los grafos:

1- Matriz de adyacencia (M_a)

Es una matriz cuadrada en la cual los vértices del grafo se indican como filas y columnas, donde el orden de los vértices es el mismo que guardan las filas y las columnas de la matriz. Se coloca el valor de 1 como elemento de la matriz cuando existe una relación entre 1 y otro vértice; y el número 0 se usa cuando no exista relación alguna.

Ejemplo



$$M_a = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Con la matriz de adyacencia no se pueden representar los lados paralelos

El 1 representa enlaces y el 0 no

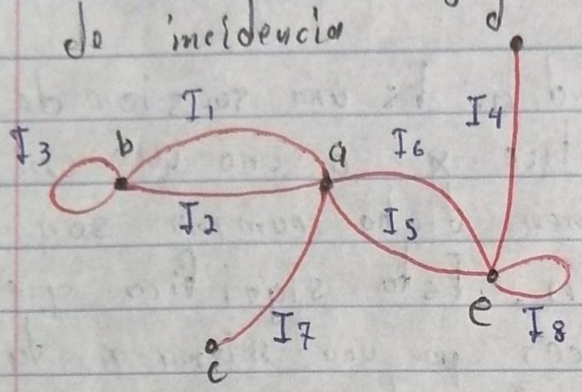
Y el enlace debe representar una conexión directa

Algo que se puede observar en esta matriz es, que no se puede representar en ella los lados paralelos que de manera virtual podría ser el caso de b con d

Matriz de Incidencia

Es una matriz donde se colocan los vértices del grafo como filas y las aristas como columnas.

Considerando el siguiente grafo junto con su matriz de incidencia



$$M_i = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_5 & I_6 & I_7 & I_8 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \\ \begin{array}{cccccccc} 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \end{array} \end{array} \begin{array}{c} \\ 5 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \\ \\ \end{array}$$

En una matriz de incidencia sí es posible representar lados paralelos, como ocurre con I_1, I_2, I_5, I_6. Al sumar los elementos de c/fila se obtiene la valencia de los vértices y al sumar las columnas es posible obtener cuando se trata de un lazo, ya que su suma es 1, lo que ocurre con I_3 e I_8; y en este caso cuando no se trata de lazos, la suma es 2

Caminos y Circuitos

En un grafo se puede recorrer la información de diferente manera, lo que implica seguir distintas rutas para llegar de un nodo del grafo a otro. Los conceptos relacionados con estos recorridos son: Camino

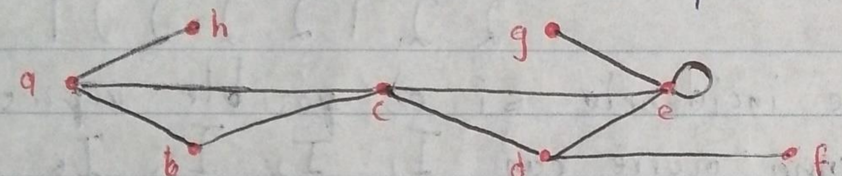
1.- Camino. Es una sucesión de lados que van de un vértice x a uno w (dichos lados se pueden repetir)

2.- Circuito. (Ciclo) Es un camino del vértice W al W esto es, un camino que regresa al mismo vértice de donde salió

3.- Circuito simple de longitud n. Es aquel camino del vertice W al W que sólo tiene un ciclo en la ruta que sigue.

4.- Camino simple de longitud n. Es una sucesión de lados que van de un vértice x a uno w, en donde los lados que componen dicho camino son distintos e iguales a n. Esto significa que no se puede pasar dos veces por una misma arista

Grafo de Relaciones de Caminos y Circuitos



Se tienen los recorridos que muestra la tabla con sus correspondientes características de caminos y circuitos

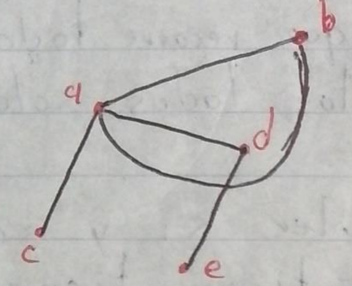
Recorrido	Camino	Camino simple de longitud n	Circuito	Circuito simple de longitud n
(a, b, c, e, d, f)	✓	✓ L=5		
(a, h, a, b, c)	✓			
(c, e, e, d, c, b)	✓	✓ L=5		
(d, e, g, e, e, d)	✓		✓	
(e, e)	✓		✓	✓ L=1
(h, a, b, c, a, h)	✓		✓	
(c, d, e, c)	✓		✓	✓ L=3
(a, b, c, d, e, c)	✓			
(a, h, a)	✓		✓	✓ L=2
(b, a, c, d, f	✓	✓ L=4		

Grafos ~~Nexos~~ Conexos

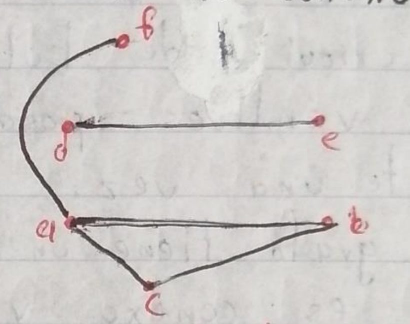
Un grafo conexo es aquel en el que para cualquier par de vértices w, x distintos entre sí, existe un trayecto para ir del primero al segundo.

Ejemplo

Grafo Conexo



Grafo no conexo

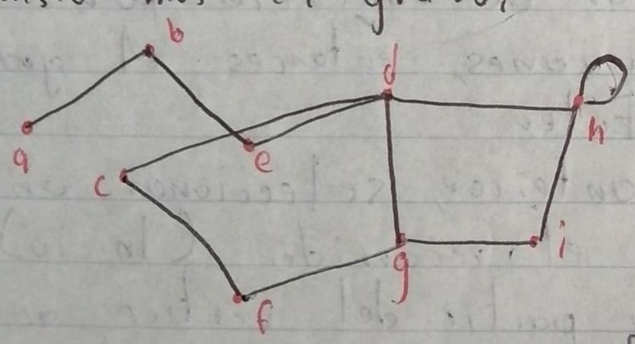


28/09/2018

Camino de Euler

Es aquel camino que recorre todos los vértices pasando por todas las ramas solamente una vez

Consideremos el grafo:



Un camino de Euler es: {a, b, e, d, c, f, g, d, h, h, i, g}

Otro es: {g, i, h, h, d, g, f, c, d, e, b, a}.

Una característica importante de los grafos que tienen camino de Euler es que siempre comienza y termina en vértices que tienen valencia impar; por ello es imposible que en este grafo pueda comenzar en el vértice f. Por otro lado si un grafo tiene más de dos vertices con valencia impar, no puede tener un camino de Euler, pues es requisito tener 2 y solo 2 vertices de valencia impar

~~Circuito de Euler~~

07/10/2018

Circuito de Euler

El circuito de Euler es aquel que recorre todos los vértices pasando por todos los lados solamente una vez.

Un grafo tiene un circuito de Euler sí y sólo sí es conexo y todos sus vértices tienen valencia par.

El siguiente algoritmo de Fleury permite determinar un circuito de Euler

1- Verificar que el grafo sea conexo y que todos los vertices sean de valencia par. Si no cumple estas condiciones, entonces el grafo no tiene circuito de Euler

2- Si cumple con lo anterior, seleccionar un vértice arbitrario para el recorrido (Inicio)

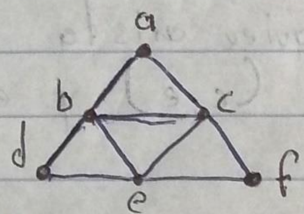
3- Elegir una arista a partir del vértice actual. Esa arista seleccionada no debe ser "lado puente", a menos que no exista otra alternativa. Un lado puente es aquella arista que, si se elimina, los grafos pierden la propiedad de ser conexos.

4- Desconectar los vértices que están unidos por la arista seleccionada

5- Si todos los vertices del grafo ya están desconectados ya se tiene el circuito de Euler y se finaliza; de otra manera, continuar con el paso 3.

Ejemplo: La firma del diablo es un juego que consiste en dibujar una figura sin levantar el lápiz del papel, partiendo de un punto y regresar a él sin pasar dos veces por la misma arista

Determinar un circuito de Euler:

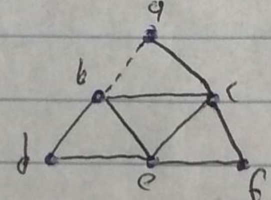


La solución sería la siguiente:

1.- Se ve que es un grafo conexo y sus vertices tienen valencia par

2.- Si se inicia en "a" se evaluará el seguimiento

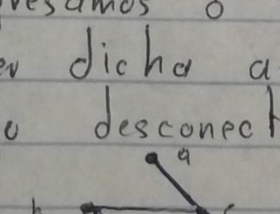
3.- Se toma una arista a partir de "a", y esta arista seleccionada no debe ser "lado puente" a menos que no haya otra alternativa



Se puede seleccionar cualquiera (a, b) o (a, c) y como ni una es puente, elegimos (a, b)

4.- Regresamos o registramos como parte del circuito de Euler dicha arista (a, b)

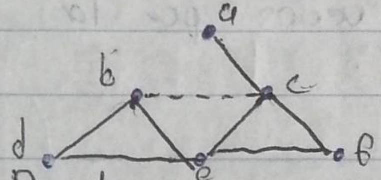
5.- Luego desconectamos los vértices unidos:



Como en este caso, todavía no se desconectan todos los vertices, se repite el paso 3

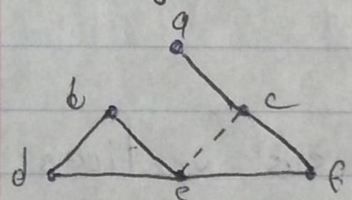
Asignaciones o regresiones:

En este grafo del vértice actual "b" se puede selecionar cualquier arista: (b, c), (b, d), (b, e) y como ninguna es puente lanzamos un volado :v y sale (b, c)

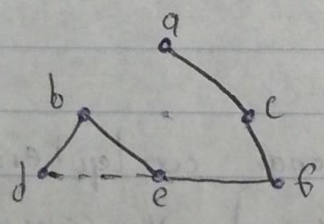


Registramos la siguiente incidencia (a, b, c)

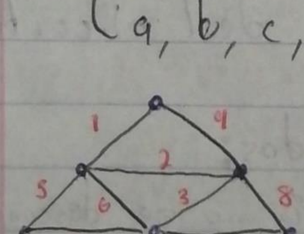
Desde c, se puede tomar cualquier arista (c, e) o (c, f) y al chile, me gusta (c, e) y esa wa a elegir :v



De e se puede tomar cualquier arista (e, b), (e, d) y no se puede (e, f) pues es puente y selecionamos (e, d) :v (como ed de ed sheeran xd)



Todos son puentes ahora :v
(a, b, c, e, d, b, e, f, c, a)



04/10/2018

Circuitos de Hamilton
Se trata de un problema similar al circuito de Euler, con la diferencia de que en vez de pasar por todos los lados del grafo sólo una vez, en el circuito de Hamilton se pasa por cada vértice una sola vez.
El problema surgió en el s. XIX cuando Hamilton inventó un juego en donde estaban colocados nombres de ciudades en las esquinas de un dodecaedro en iniciar en cualquier ciudad, viajar a lo largo de las aristas y visitar cada una de las ciudades una sola vez y regresar al punto de partida.
Respecto de un grafo se sabe que tiene un circuito de Euler si es conexo y tiene todos sus vértices en valencia par y no hay forma de saber con anticipación si un grafo tiene o no un circuito de Hamilton.
Hamilton fue un matemático físico y astrónomo y contribuyó en el álgebra y óptica y principalmente en el descubrimiento de los cuaterniones
Además de su importancia en la óptica aplicó unas teorías de relatividad y mecánica cuántica.

Unidad 1: Combinatoria

Aprendizajes Esperados:

- Introducción. Las Reglas de la Suma y el Producto. Permutaciones. Factorial. Ejercicios

- Combinaciones: El Teorema del Binomio. Combinaciones con Repetición: Aplicaciones. Ejercicios

- Principio del Palomar. Ejercicios

~~Factorial de un Número Natural~~

Factorial de un Número Natural

$n! = n(n-1)(n-2)\dots(3)(2)(1)$

* Propiedad:

Para todo $n \in N$ $n \geq 1$ se verifica

$(n+1)! = (n+1) \cdot n!$

Ejercicios 1-1 (p. 8):

1- a) $2!$ $\quad 2 \cdot 1 = \underline{2}$

b) $8!$ $\quad 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{40{,}320}$

c) $3! \cdot 4 = 4! = \underline{24}$

d) $3 \cdot 4! = 24 \cdot 3 = \underline{72}$

2- a) $\dfrac{6!}{9!} = \dfrac{1}{9 \cdot 8 \cdot 7} = \dfrac{1}{504}$

b) $\dfrac{7!}{5! \cdot 3!} = \dfrac{7 \cdot 6}{3!} = \underline{7}$

c) $\frac{30!}{27!} = 30 \cdot 29 \cdot 28 = \underline{24,360}$

d) $\frac{(5+2)!}{5!+3!} \ \frac{7!}{5!+3!} = \frac{5040}{120+6} = \underline{40}$

e) $\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = (n+3)(n+2) = \underline{n^2+5n+6}$

f) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = (n+1)(n) = n^2+n$

Permutaciones

Arreglos donde importa el orden, es decir el arreglo: $AB \neq BA$

$$\frac{n!}{(n-r)!}$$

Ejercicios 2-1 (p. 11):

1:- $10! = \underline{3,628,800}$

2:- Considerando que 0 es menor que 4:

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{24}$

3:- $3! = \underline{6}$

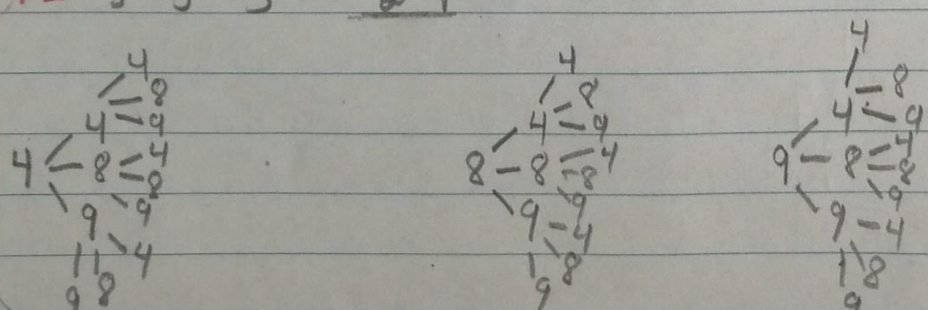
4:- $5! = \underline{120}$ → Esto si se forman arreglos que no tengan "sentido".

5:- $3! = \underline{6}$

Permutaciones sin Repetición

Ejercicios 2-2 (p. 16):

1:- $3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{27}$



Unidad 2: Fundamentos de Teoría de Grafos

Aprendizajes Esperados:

- Definiciones y Ejemplos: Grafos, subgrafos, complementos e isomorfismos de grafos, recorridos y ciclos Eucleriános y Hamiltonianos. Aplicaciones. Ejercicios

- Grafos planos, ejemplos y aplicaciones. Ejercicios. Árboles: Definición, propiedades, ejemplos y aplicaciones. Ejercicios

Definiciones

Un Grafo Dirigido G consiste de dos conjuntos:

- V(G): Un conjunto finito no vacío cuyos elementos son llamados Véritices de G
- E(G):

08/10/2018

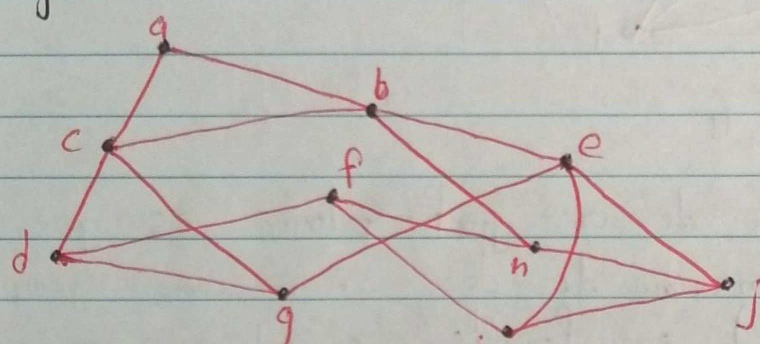
Investigar:

1.- ¿Qué haría para desarrollar el proyecto de matrices (conectado en laptop)?

2.- En una clase posterior, el profe explicará cómo empezar el proyecto

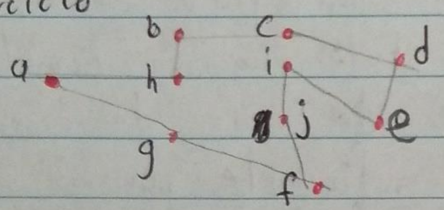
09/10/2018

Determinar si existe un circuito de Hamilton en el grafo:



Una solución: (a, b, h, g, e, j, i, f, d, c, a)

Ejercicio



a, g, f, j, i, e, d, c, b, h, a

a, h, g, f, j, e, i, d, c, b, a

a, b, c, i, d, e, f, j, g, h, a

10/10/2018

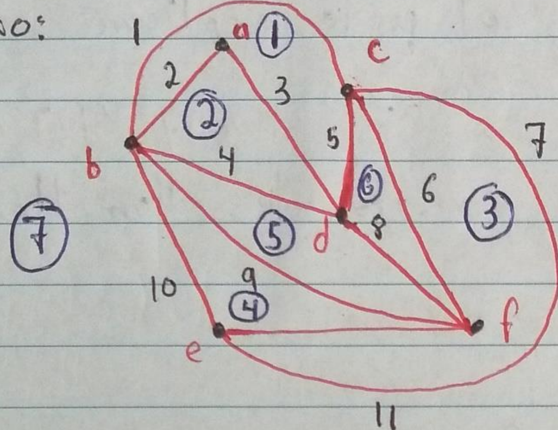
Grafos Planos

Un grafo plano es aquel que se puede dibujar en un sólo plano y cuyas aristas no se cruzan entre sí

De acuerdo a una ecuación de Euler de grafos planos se tiene: $A = L - V + 2$

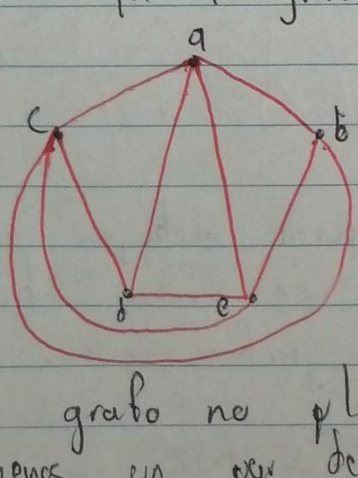
donde A = número de areas, L = número de lados y

V= número de vertices; y dicha ecuación es valida para un grafo plano y conexo
El siguiente grafo es un ejemplo de un grafo plano y conexo:



A= 11 - 6 + 2
A = 7
7 incluye el exterior

Otra propiedad importante de un grafo plano es que cada lado es frontera máximo de dos áreas; como ejemplo, se tiene que (c, f) es frontera con las areas 3 y 6
De acuerdo con lo anterior, si se tiene un grafo en el que la igualdad de la ecuación de Euler no se cumple, o bien, uno de los lados es frontera de más de dos areas, entonces con esto es más que suficiente para establecer que el grafo considerado no es plano.



K_5

Es un grafo no plano ya que no hay forma en que al menos un par de aristas se crucen

19/10/2018

Logica de Predicados

La logica estudia la forma del razonamiento, es una disciplina que por medio de reglas y técnicas determina si un teorema es verdadero o falso, y se puede aplicar en la filosofía, matemáticas, física y computación

En general, la lógica se aplica en el trabajo cotidiano cuando debemos revisar un proceso lógico, es muy importante la lógica porque podemos resolver problemas que no nos hemos enfrentado como conocimientos acumulados que otros investigadores resolvieron que de forma deductiva tenemos el razonamiento abstracto

Una parte importante son las demostraciones formales de los teoremas, partiendo de que ser la representación de enunciados con el uso de notación lógica. Así como en la vida cotidiana, es importante mencionar que en las demostraciones no existe un procedimiento único para llegar al resultado; por lo que a veces puede ser el más largo, pero dependiendo de reglas el menos problemático

Proposiciones

22/10/2018

Una proposición o enunciado es una oración, frase, o expresión matemática que puede ser verdadera o falsa, pero no ambas a la vez.

La proposición es un elemento fundamental de la lógica matemática

Si queremos evaluar algunos de ellos, podemos tener válidas y no válidas y algunos enunciados no son proposiciones. Cada proposición se indica por medio de

una letra minuscula seguido de ":", y luego la proposición dicha
La siguiente lista son proposiciones válidas y no válidas, y hay que evaluar su veracidad

p: USA es el país territorialmente más extenso del continente
q: $-19+50=31$
r: $x > (y-13)7$
s: Peña Nieto fue presidente de Argentina
t: Los Cowboys serán campeones de la NFL
u: ¿Cómo estás?
v: Formatea el disco antes de usarlo

p, q, s tienen un valor verdadero o falso y también pueden ser proposiciones válidas
r es una proposición válida, aunque el valor de falso o verdadero dependerá de x y su valor.
t está bien expresado, aunque para verificarlo, tendríamos que esperar al fin de la NFL
u, v no son válidos ya que no pueden tomar valor de verdadero o falso

24/10/2018

Proposiciones Compuestas
Existen conectores u operadores lógicos que permiten formar proposiciones compuestas
Se dice que una proposición es compuesta cuando está integrada de 2 o más simples conectadas por operadores lógicos

Multiplicar Un operador lógico "y", en la lógica de predicados es representado "^"
Si consideramos en la lógica de predicados demostrar un enunciado debemos separar el enunciado en las variables de proposiciones independientes, realizar el análisis, generar su tabla de verdad, todo ello para concretar la proposición lógica
Supongamos:
"El automovil arranca sí y sólo si el tanque tiene gasolina y la batería tiene corriente"
Sean:

p: El automóvil arranca
q: El tanque tiene gasolina
r: La batería tiene corriente

$$p = q \wedge r$$

q	r	$p = q \wedge r$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

En la lógica matemática, en lugar de "=" se usan "≡" ó "⟷" para indicar equivalencia lógica y se lee como "p sí y sólo si q"
Suma El operador "o" lógico nos indica que se obtiene un resultado falso cuando ambas proposiciones son falsas y es expresada como "v", "+", "U"
Supongamos:
"Una persona entra al cine sí y sólo si compra su

boleto o le regalan un pase"

Sean:

p: Una persona entra al cine
q: Compra su boleto
r: Le regalan un pase

$\left.\right\} p \leftrightarrow (q \cup r)$

!

q	r	$p \leftrightarrow (q \cup r)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

29/10/2018

Operador Negacion (Not)

La negación tiene como función principal negar una proposición, lo que significa que si a alguna proposición verdadera se le aplica este operador, se obtendrá su complemento. Este operador se indica como: ' $\neg$ $-$ $\sim$

como cualquiera de los 4 previos

La tabla de verdad de este operador es simple:

p	$\neg p$
V	F
F	V

Supongamos que tenemos la siguiente expresión:

p: Los alumnos de ICI son programadores

Entonces

p': Los alumnos de ICI no son programadores

Una doble negación de una proposición es equivalente a afirmar la proposición; por otro lado, un número par de negaciones equivale a una proposición verdadera y como contraparte, el impar a una falsa

Proposición Condicional ($\rightarrow$)

Es aquella que está formada por 2 simples o compuestas y que se indica de la siguiente manera

Si p entonces q

Ejemplo:

Considérese que un candidato a la presidencia de México dice "Si salgo electo, entonces el crecimiento del país será del 7%"

Una declaración como esta es un condicional, y para analizarla se generan las proposiciones:

p: Salió electo presidente

q: El crecimiento será del 7%.

De esta forma el enunciado se puede expresar como $p \rightarrow q$ y su tabla es:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Vemos que el único caso falso es si $p \equiv V$ y $q \equiv F$ pues $p \equiv V$ significa que el candidato salió electo, y $q \equiv V$ que el crecimiento fue del 7%, por lo tanto dijo la verdad y $p \rightarrow q \equiv V$.

Si $p \equiv V$ y $q \equiv F$ hace que haya mentido y $p \rightarrow q \equiv F$

Pero en cualquier caso de $p \equiv F$, el candidato no fue electo, por lo tanto el crecimiento es ajeno a él y hace que no haya mentido y $p \rightarrow q \equiv V$

30/10/2018

Proposición Bicondicional ($\leftrightarrow$)

Sean "p" y "q" 2 proposiciones que para indicar la bicondicionalidad se expresa de la manera:

$p \leftrightarrow q$ y se lee como "p si y sólo si q" en donde la proposición que representa el enunciado es verdadera si p es verdadera y q también, así como si ambas a la vez fueran falsas.

Ejemplo

"Es excelente estudiante, si y sólo si tiene promedio de 10"

p: Es excelente estudiante

q: Tiene promedio de 10

Su tabla de verdad es

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejemplo:

1- Representar lógicamente:

"Si no estudio mate para compu y no hago la tarea de FEC, entonces reprobaré el semestre o no podré ir de vacaciones al Cervantino"

$(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (r \vee \neg s)$

El enunciado es una proposición integrada por varias simples y para representarlo con notación lógica, lo primero a realizar es determinar cuáles son las proposiciones simples que la integran para asignarles un nombre; aquí se tienen:

p: Estudio mate para compu
q: Hago la tarea de FEC
r: Repruebe el semestre
s: Podré ir de holidays al cervantino

Y queda

$$(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (r \vee \neg s)$$

01/11/2018

Tarea: Grafos

7.1:

a) No, pues sí contiene lazos (p, f)

b) Para negar que es grafo kn, basta con hallar un par de vértices que no estén relacionados entre sí, como 1 y 9, por lo que la respuesta es no

c) No, una propiedad de un grafo bipartito completo es que, sea m los vértices de la partición V_1 y n los de V_2, el total de vértices será n+m y el de aristas $n \cdot m$. Las aristas de este grafo son 18 y todas las posibles aristas al partir un grafo son 25, 24, 21, 16 y 9

d) Sí

e) Sí, $10 = 18 - 10 + 2$

f) No, debe tener 2 y sólo 2 vértices con valencia impar y vemos que al menos 7, 9 y 5 son impares

g) No, todos los vértices deben tener valencia par

h) No, debe cumplirse la condición previa

i)
- $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, ñ, o, p, q\}$
- $L = \{f, p\}$
- $P = \{e, q\}$

j) Matriz de Adyacencia:

$$
Ma = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Matriz de Incidencia:

$$
\begin{array}{c|cccccccccccccccccc|c}
 & a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k & l & m & n & ñ & o & p & q & \\
\hline
1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \\
2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\
6 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\
7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\
8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\
9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\
10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 4 \\
\hline
 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 &
\end{array}
$$

k) Valencia (1): 5
(2): 2
(3): 4
(4): 2
(5): 3
(6): 4
(7): 3
(8): 4
(9): 3
(10): 4

1 5 8 9 7 6 1 3

l) •	✓	✓ L=7	x	x
•	✓	x	✓	✓ L=7
! •	✓	x	✓	✓ L=3
•	✓	x	✓	✓ L=9
•	✓	✓ L=5	x	x

7.2:

a) • Si, no existen lazos ni lados paralelos
• Si

b) Matriz de Adyacencia:

$$M_a = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriz de Incidencia:

$$M_i = \begin{array}{ccc} & \begin{array}{cccccccccc} r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 & r_6 & r_7 & r_8 & r_9 & r_{10} \end{array} & \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 5 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \end{array} \\ & \begin{array}{cccccccccc} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array} & \end{array}$$

c) $G_{AE} = \{4, 1, 5, 4, 3, 1, 2, 4, 7, 6, 5\}$

d) No, es necesario que todos los vértices tengan valencia par

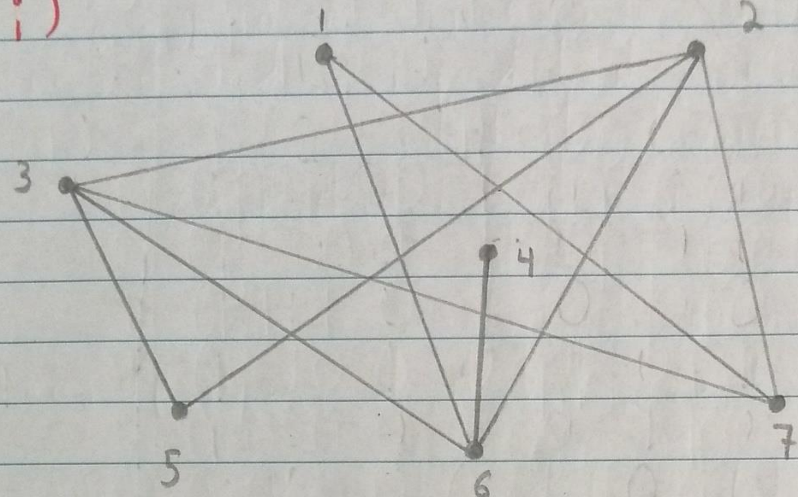
e) No, todos los vértices deben tener valencia par

f) No es plano

g) No, basta con ver a 1 y a 7

h) No, no se ve ni una partición

i)

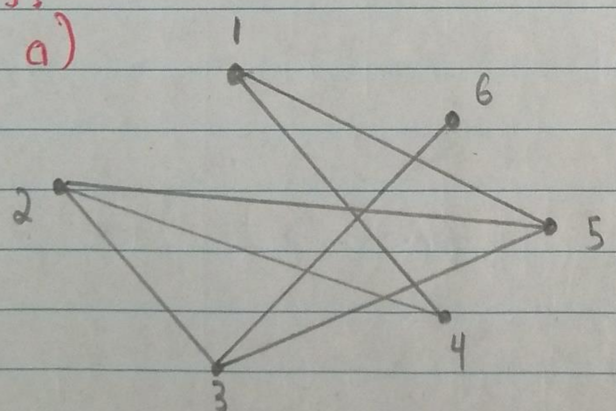


j) Valencia $= 6$

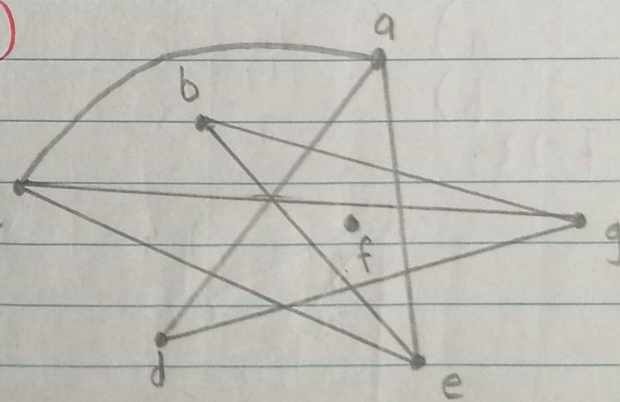
Aristas $= 21$ por $\frac{n(n-1)}{2}$ $\therefore$ $\frac{7(6)}{2}$

7.3:

a)



b)

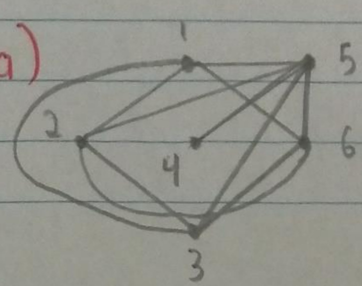


c) No es grafo simple por tener lados paralelos

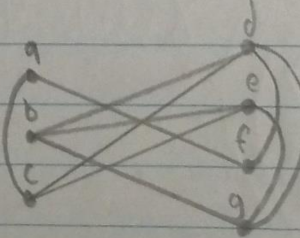
d) No es grafo simple por tener lazos

7.4:

a)



b)



c) No es simple por tener lados paralelos

7.10:

a) No existe camino de Euler

$C_{iE} = \{e, a, b, e, d, c, a, i, e, f, h, g, e\}$

b) $C_{aE} = \{a, f, i, j, h, d, k, g, i, e, k, c, b, e, a, b\}$

No existe circuito de Euler

c) $C_{aE} = \{c, a, g, d, a, b, b, d, i, f, h, g, e\}$

No existe circuito de Euler

d) No existe camino de Euler

$C_{iE} = \{a, d, e, f, c, e, b, d, h, k, j, i, h, g, a\}$

7.11:

a) No tiene debido a los vértices 4, 7, 8, 9 y 13

b) No tiene tan sólo por el primer vértice

7.12:

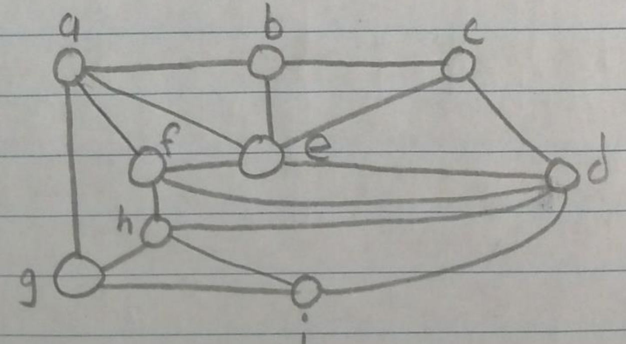
? a) ? No tiene C Ham

7.15:

? a) ¿Cómo demostrar que

? b) no es plano

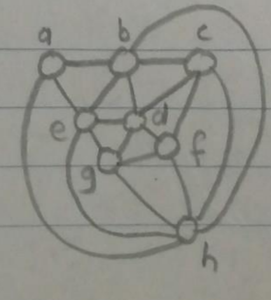
7.23:



X(G): 3

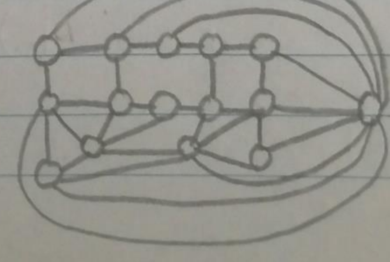
7.24:

! a)



X(G): 4

! b)



X(G): 4

08/11/2018

Construir una tabla de verdad para la siguiente proposición

$$[(p \to q) \vee (q' \wedge r)] \leftrightarrow (r \to q)$$

Anexado en la laptop: Tabla de Verdad 08/11/2018

02/11/2018

Jerarquía de los Operadores en Lógica Proposicional

Jerarquía	Operador
1ra	( )
2da	$\neg$
3ra	$\wedge$
4ta	$\vee$
5ta	$\to$, $\leftrightarrow$

Tautología Contradicción y Contingencia

Tautología es aquella proposición compuesta que es cierta para todos los valores de verdad de sus variables. Un ejemplo típico es $(\neg p \vee p)$ ya que el resultado es verdadero para todos los valores que pueden tener p, de acuerdo a una razón incluyente:

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$
1	0	1
0	1	1

Cuando ejemplificamos las tautologías, son muy importantes en la lógica matemática, ya que al obtener un resultado verdadero en todos los valores de verdad, se consideran leyes que se pueden utilizar para realizar demostraciones de teoremas o inferir resultados de proposiciones desconocidas. Hay varias tautologías conocidas; y las más comunes son:

~~1- Adición~~
~~2- Simplificación~~
~~3- Absurdo~~
~~4- Modus Ponens~~
~~5- Modus Tollens~~
~~6- Transitividad de la Bicondicional~~
~~7- Transitividad de la Condicional~~
~~8-~~

1- Adición $p \rightarrow (p \vee q)$

2- Simplificación $(p \wedge q) \rightarrow p$

3- Absurdo $(p \rightarrow 0) \rightarrow \neg p$

4- Modus Ponens $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

5- Modus Tollens $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$

6- Transitividad de la Bicondicional $[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \rightarrow (p \leftrightarrow r)$

7- Transitividad de la Condicional $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

8- Extensión de la cordicional
a) $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)]$
b) $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)]$
c) $(p \rightarrow q) \rightarrow [(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)]$

9- Dilemas constructivos
a) $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)]$
b) $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)]$

Contradicción

Se dice que una proposición es una contradicción cuando al evaluar los valores son falsos; es útilizada en los teoremas, para ser demostrados que el resultado equivale a un esquema totalmente falso
Como el siguiente