Docente: Juan Manuel
Materia: Regularización de Matemáticas

Las Matemáticas
Antecedentes:

Lenguaje lógico y formal que es universal

Comunica las ideas del mundo natural

Se establecen las definiciones y las propiedades de los elementos como lo que hace la matemática

Porque establecida la relación de los elementos en la matemática, su lenguaje es válido en todas partes

Sirve para resolver problemas

Buscar un problema → por ejemplo: ~~Pobreza~~

¿Qué se hace en las matemáticas?
Todo nace del 0 y el 1
El resto son consecuencia de los dos previos

Los Elementos del Lenguaje:
Números (Cantidad de las unidades que se están midiendo)
Con los números se hacen operaciones y relaciones
Estas relaciones definen los conjuntos
Hay muchos tipos de conjuntos (rectas, parábolas, circunferencias, elipses, hipérbolas) → Y lo que tenga que ver con el cálculo.
"x" y "y" son números y "f" es la relación entre ambas

Las operaciones de los conjuntos ($\cup$, $\cap$ y A^c)
Aquí se definen los operadores lineales de los conjuntos: $y = f(x)$
En resumen:
Numeros → Operaciones → Conjuntos → Operaciones → Op. lineal
Ejemplo de operadores lineales: Límite, derivada e integral
Con lo anterior se resuelven las ecuaciones diferenciales

Números

Los números con los que de manera usual hacemos medida se denominan números reales
Se denotan con el conjunto R
En lo abstracto $a, b, c \in R$ indica que a, b y c pertenecen al conjunto de los reales
Los números con los que mediremos en R son:
0 y 1
Todos los otros reales son consecuencia de 0 y 1 bajo alguna operación numérica
Las operaciones de R son sumar y multiplicar.
Las otras son representación de la suma y multiplicación
Por ejemplo:

$a + b \in R$ $\qquad$ $ab \in R$

Veamos

$1a = a$ $\qquad$ $0 = 0a$

¿Puede representarse todo como sumas y multiplicaciones?
Resta $a - b = a + (-b)$ $\qquad$ División $a/b = ab^{-1}$
$-b$ es el inverso aditivo de b $\qquad$ b^{-1} es inverso multiplicativo de b

Exponentes $\quad a^{p} \quad \underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a}_{p \text{ veces}}$ $\quad p \to$ Entero positivo

Exponente fraccionario $\quad a^{1/p} = \sqrt[p]{a}$

Veamos:

$$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x+2)(x-2)$$

por $\quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b$

Entonces ¿qué haría aquí?

$$x^2 + 4 = x^2 - (-4) = x^2 - (\sqrt{-1}\cdot 2)^2$$

$$(x + 2\sqrt{-1})(x - 2\sqrt{-1})$$

Si denotamos $\sqrt{-1} = i$

$$(x+2i)(x-2i)$$

Observemos que

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)(x+3) = (x+3)^2 \;\therefore$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$$

Y ambos son iguales $\qquad$ Si $a = b \therefore b = a$

Propiedad reflexiva

Veamos también

$$\ln \frac{x^5 (x-2)^3}{x+4}$$

$$\ln x^5 (x-2)^3 - \ln(x+4)$$

$$\ln x^5 + \ln(x-2)^3 - \ln(x+4)$$

$$5 \ln x + 3 \ln(x-2) - \ln(x+4$$

Por:
- $\ln A^P = P \ln A$
- $\ln AB = \ln A + \ln B$
- $\ln \frac{A}{B} = \ln A - \ln B$

Sumar es útil para la integral

Multiplicar es útil para la derivada

La Dimensión de R:

Al conjunto R se le describe como una llamada recta real. Los puntos de la recta son los números reales ordenados bajo el sistema de unidades 0 y 1

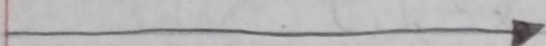
Podemos observar:

$a \in R$ es negativo si $a < 0$

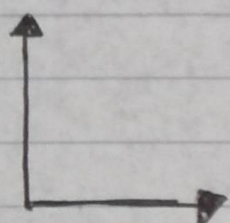
$a \in R$ es positivo si $a > 0$

Dados $a, b \in R$ sólo puede ser que $a < b$, $a = b$, $a > b$

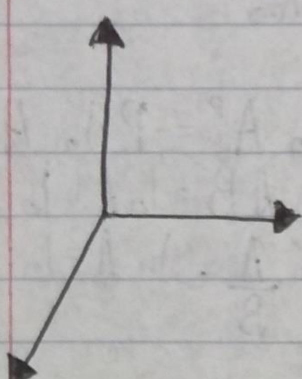
Representación de números



R' Dimensión 1



R^2 Dimensión 2



R^3 Dimensión 3

Aquí se expresan los conjuntos

R' Recta

R^2 Plano

R^3 Sólidos

Propiedades de las Operaciones

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$
- $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$
- $\sqrt[q]{a^p} = a^{p/q}$

Fracciones

Definición de División

$\frac{a}{b} = ab^{-1}$ cuando $b \neq 0$

Operaciones

$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Propiedades

Simplificación: $\frac{am}{bm} = \frac{a}{b}$

$a = \frac{a}{1}$ No es válido $\frac{a}{0}$ ← Indeterminación

$1 = \frac{a}{a}$ $0 = \frac{0}{a}$

Ejemplo:

$$\frac{1-y^2}{y^2+1} \qquad \frac{y^2+1}{y^2+1} \qquad \frac{1}{1}-\frac{y^2}{y^2+1}$$

$$\frac{1}{y^2+1}$$

$$\frac{\frac{1}{2x}}{x^2} \qquad \frac{1}{2x^3}$$

$$\frac{\frac{10x^3}{x^2-1}}{\frac{5x}{x+1}} \qquad \frac{10x^3(x+1)}{(x^2-1)5x} \qquad \frac{10x^3\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x-1)5x}$$

$$\frac{\cancel{10}^{2}x^{\cancel{3}^{2}}}{(x-1)\cancel{5x}} \qquad \frac{2x^2}{x-1}$$

Evaluar un límite es sustituir el valor de la tendencia de la variable siempre que f(x) esté simplificado

Ejemplo:

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^2-4}{x+2} \quad \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{x+2}} = x-2 = -2-2 = -4$$

Evaluar la integral

$$\int \frac{x^2-4}{x+2}\,dx = \int \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{x+2}} = \int (x-2)\,dx$$

$$\int x\,dx - 2\int dx = \frac{x^2}{2} - 2x + c$$

Característica de la Unidad (1)

$1 = 1$

$2 = 1 + 1$

$3 = 1 + 1 + 1$

$4 = 1 + 1 + 1 + 1$

$$n = \underbrace{1 + 1 + 1 \dots + 1}_{n}$$

Ejercicios

Simplificar

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x} = \frac{(x+3)\cancel{(x-3)}}{x\cancel{(x-3)}} = \frac{x+3}{x}$$

$$\frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 + x - 20} = \frac{(x-5)\cancel{(x-4)}}{(x+5)\cancel{(x-4)}} = \frac{x-5}{x+5}$$

$$\frac{\frac{x^2+6x+9}{x}}{\frac{x+3}{1}} = \frac{x^2+6x+9}{x(x+3)} = \frac{(x+3)\cancel{(x+3)}}{x\cancel{(x+3)}} = \frac{x+3}{x}$$

Verificar

$$\sum_{i=1}^{n} c = cn$$

Es decir:

$$\underbrace{c+c+c\ldots+c+c}_{n \text{ veces}} = \sum_{c=1}^{n} c$$

Si empezamos donde $n=1$

$c = c(1)$ ✓

Si $n=2$

$c+c = c(2)$

Si $n=3$

$c+c+c = c(3)$

Entonces

$c = c(1)$

$c+c = c(1+1) \Rightarrow c+c = 1c+1c$

$2c = 2c$

Si $n=1$

Entonces la cant. de $c = 1$

$c = c(n) \rightarrow c(1) \rightarrow 1c$

$c = 1c$ ✓

Si $n=2$

$c+c = c(1+1) \rightarrow 1c+1c$

$c+c = c+c$

Ej, Si $n=n$

$$\underbrace{c+c+c+c}_{n} \rightarrow c(\underbrace{1+1+1+1}_{n})$$

Conmutativamente:

$$\underbrace{c+c+c+c}_{n} = \underbrace{1c+1c+1c+1c}_{n}$$

Ej 2 Si $n = n+1$

$$\underbrace{c+c+c+c}_{n+1} = c(n+1)$$

En el ejercicio anterior hay n c's de un lado del = ∴
Podríamos decir que en Ej 1 la c aparece n veces
Y en Ej 2 la c aparece n veces también con un añadido
Ahora
En Ej 1 la n se descompone en 1's

Exponentes
Si P es entero

$$a^P = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots}_{P \text{ veces}}$$

$$a^{-P} = \frac{1}{a^P} = \underbrace{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \ldots}_{P \text{ veces}}$$

Los radicales son una notación

$a^{P/q} = \sqrt[q]{a^P}$ $\quad a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$ $\quad a^{1/2} = \sqrt{a}$

Operaciones

$$a^P a^q = a^{P+q}$$

$$\frac{a^P}{a^q} = a^{P-q}$$

$$(a^P)^q = a^{Pq}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^P = \frac{a^P}{b^P}$$

$(xy)^n$ $(ab)^2 = a^2 b^2$

Simplificar

$\sqrt[3]{64} = (64)^{1/3} = (8^2)^{1/3} = 8^{2 \cdot 1/3} = 8^{2/3} = (2^3)^{2/3}$

$2^{3 \cdot 2/3} = 2^{6/3} = 2^2 = 4$

$\frac{\sqrt[4]{90}}{\sqrt[4]{10}} = \sqrt[4]{\frac{90}{10}} = \sqrt[4]{9} = (3^2)^{1/4} = \sqrt{3}$

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x^n y^n}} = [(x^n y^n)^{1/m}]^{1/n}$

$(x^n y^n)^{\frac{1}{mn}}$

$[(xy)^n]^{\frac{1}{mn}}$

$(xy)^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{xy}$

Belleza matemática = Claro en ideas

$\frac{\sqrt[n]{x^2} \cdot \sqrt[n]{y^3}}{xy} = \frac{(x)^{2/n} \cdot (y)^{3/n}}{xy} = \frac{(x)^{2/n}}{x} \cdot \frac{(y)^{3/n}}{y}$

$(x)^{2/n - 1} \cdot (y)^{3/n - 1}$

$\frac{2}{n} - \frac{n}{n}$ $\frac{3}{n} - \frac{n}{n}$

$\frac{2-n}{n}$ $\frac{3-n}{n}$

$(x)^{\frac{2-n}{n}} \cdot (y)^{\frac{3-n}{n}} = \sqrt[n]{(x)^{2-n}} \cdot \sqrt[n]{(y)^{3-n}}$

$\sqrt[n]{(x)^{2-n} \cdot (y)^{3-n}}$

Regla

Introducción de números en radicales

Verificar

$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$

En efecto:

$(a^n b)^{1/n} = (a^n)^{1/n} \cdot (b)^{1/n}$

$(a)^{\frac{n}{n}} \cdot (b)^{1/n}$

$a \cdot \sqrt[n]{b}$

Verificar

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b^n}}$$

$$a^{1/n} \cdot b^{-1} = a^{1/n} \cdot b^{-n/n}$$

$$a^{1/n \cdot 1} \cdot b^{1/n \cdot -n}$$

$$(a \cdot b^{-n})^{1/n}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b^{-n}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b^n}}$$

Productos Notables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$$(a+b)^n = \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} a^n \cdot b^{n-k}$$

En la multiplicación, al 0 se le llama solución o raíz de la ecuación

$ab = 0 \qquad a = 0$ y $b = 0$

Resolver $x^2 - 16 = 0$

$(x+4)(x-4) = 0 \qquad x+4 = 0$ y $x - 4 = 0$

$x = -4 \qquad x = 4$

$x^4 - 16 = 0$

Metodo 1

$x^4 = 16 \qquad \sqrt[4]{x^4} = \pm\sqrt[4]{16}$

$x = \pm\sqrt[4]{2^4}$

$x = \pm 2$

Metodo 2

$x^4-16=0$

$(x^2-4)(x^2+4)=0$

$(x+2)(x-2)(x^2+4)=0$

$x+2=0, \quad x-2=0 \qquad x^2+4=0$

$\underline{x=-2} \qquad \underline{x=2}$

$x^2-(-4)=0$

$x^2-(-2^2)=0$

$x^2-(\sqrt{1}\cdot 2)^2=0$

$(x+2\sqrt{1})(x-2\sqrt{1})=0$

$x+2\sqrt{1}=0, \quad x-2\sqrt{1}=0$

$x=-2\sqrt{1}, \quad x=2\sqrt{1}$

Denotando $\sqrt{1}=i$

$\underline{x=-2i} \qquad \underline{x=2i}$

Teorema fundamental del Algebra

Toda ecuación de grado n tiene n soluciones, ya sean todas reales, todas complejas o alguna combinación

$x^2+2x+1=0$

$(x+1)(x+1)=0$

$x+1=0 \quad x+1=0$

$x=-1 \qquad x=-1 \rightarrow$ Son dos soluciones iguales

$x^2+2x-8=0$

$(x+4)(x-2)=0$

$x+4=0, \quad x-2=0$

$x=-4, \quad x=2 \rightarrow$ Dos soluciones distintas

Otro metodo shidori

$x^2+2x+1-9$

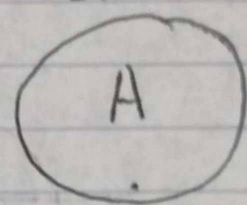
$(x+1)^2-3^2=0$

$$[(x+1)+3]\,[(x+1)-3]=0$$
$$(x+4)(x-2)=0$$
$$x=-4 \qquad x=2$$

Conjuntos

En matemáticas, de un conjunto se busca establecer

- Su frontera — ∂A
- Su interior — $\text{Int } A$
- Su exterior — $\text{Ext } A = A^c$

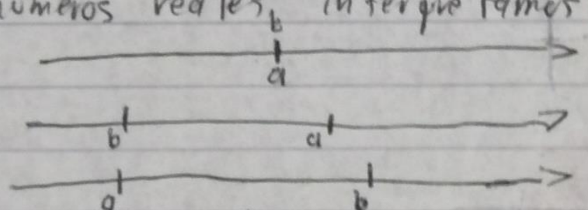


En los números reales, interpretamos:

$a = b$

$a > b$

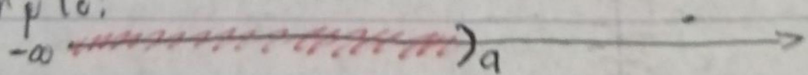
$a < b$



¿En qué momento nos referimos a conjuntos?
Los conjuntos nacen de las desigualdades de las ecuaciones

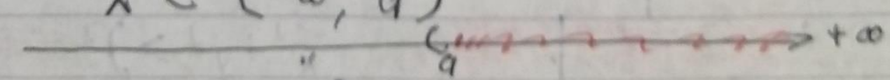
Por ejemplo:

$x < a$



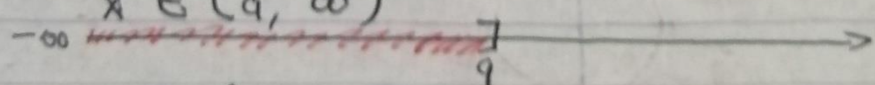
$$x \in (-\infty, a)$$

$x > a$.



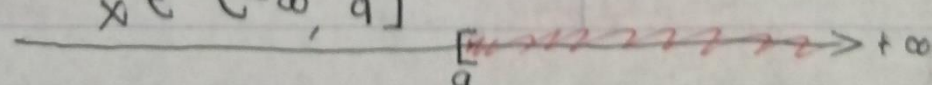
$$x \in (a, \infty)$$

$x \leq a$



$$x \in (-\infty, a]$$

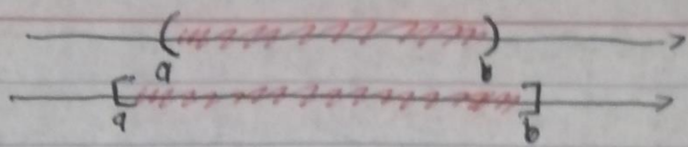
$x \geq a$



$$x \in [a, \infty)$$

$a < x < b$ Int. abierto

$a \leq x \leq b$ Int. cerrado



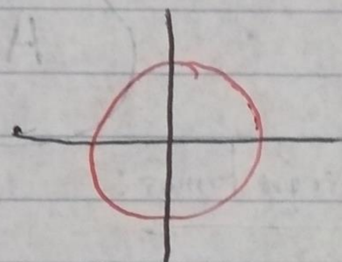
$<$ significa en un conjunto estar a la izquierda o hacia abajo

$>$ significa en un conjunto estar a la derecha o hacia arriba

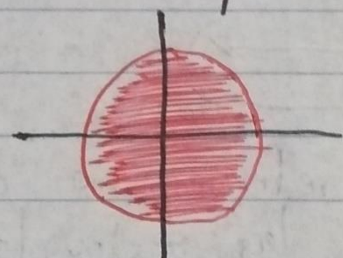
$=$ significa en un conjunto tomar el extremo o frontera

¿Qué es $x^2+y^2=4$?

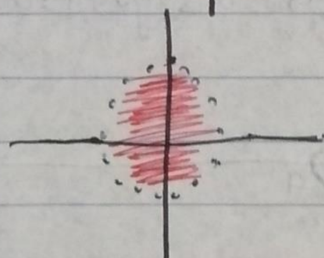
$x^2+y^2=2^2$



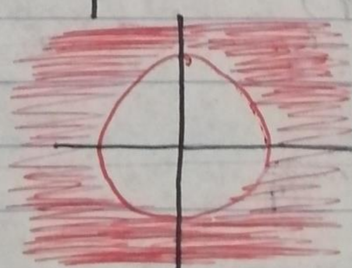
$x^2+y^2\leq 2^2$



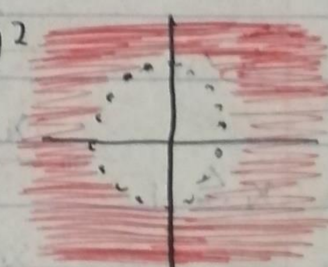
$x^2+y^2<2^2$



$x^2+y^2\geq 2^2$

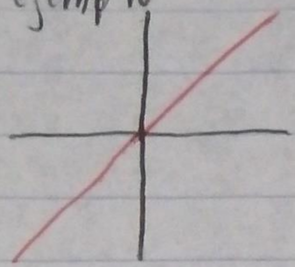


$x^2+y^2>2^2$

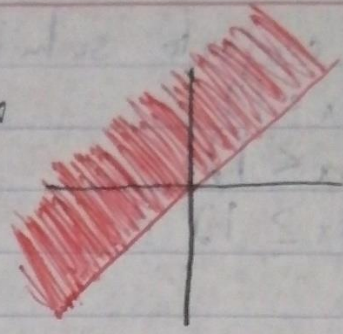


Otro ejemplo

$y = x$



$y \geq x$

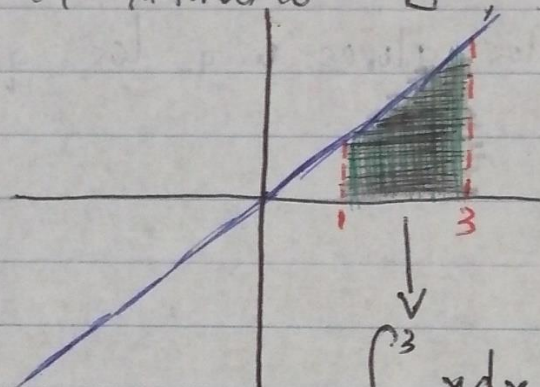


¿Para qué? Funciona en cálculo integral para calcular áreas y volúmenes

Otro ejemplo

¿Cuál es la región definida y acotada para $x \geq 0$, $y \geq 0$ $y \geq x$ en el intervalo $[1, 3]$?

$y \geq x$ •
$[1, 3]$ •
$x \geq 0$ •
$y \geq 0$ •



$$\int_1^3 x\,dx$$

Resolver

Una desigualdad define un conjunto

Si la desigualdad es lineal, despejamos a las variables igual que en una ecuación

Si al despejar, multiplicamos o dividimos por un número negativo se invierte el sentido del orden

- Un conjunto nace por propiedad numérica, como $\frac{a}{b}$ existe si $b \neq 0$ y $\sqrt{a}$ existe si $a \geq 0$

¿Cuál es el conjunto solución de:

a) $3x = 12$

b) $3x < 12$

c) $3x \geq 12$?

a) $x = \frac{12}{3}$ $\quad x = 4$ $\quad x \in \{4\}$

b) $x < \frac{12}{3}$ $\quad x < 4$ $\quad x \in (-\infty, 4)$

c) $x \geq \frac{12}{3}$ $\quad x \geq 4$ $\quad x \in [4, \infty)$

Determinar los valores para los que $\sqrt{6 - \frac{1}{2}x}$ es válido

$$6 - \frac{1}{2}x \geq 0$$

$$-\frac{1}{2}x \geq -6$$

$$x \leq \frac{-6}{-1/2} \rightarrow \underline{x \leq 12} \qquad x \in (-\infty, 12]$$

Determinar cuando $y = \frac{1}{x}$ es válido

Cuando $x \neq 0$

$x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

Ejercicio

Determine el conjunto solución referenciando la recta real

a) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2}x < 0 \quad -\frac{3}{2}x < -\frac{2}{3} \quad x > \frac{-2/3}{-3/2}$

$x > \frac{4}{9}$

$4 + \frac{1}{2}x \geq 0 \qquad \frac{1}{2}x \geq -4 \qquad x \geq \frac{-4}{1/2} \qquad x \geq -8$

$0 < 2x - 4 < 5 \qquad 0 < 2x - 4 \qquad 4 < 2x \qquad 2 < x$

$2x - 4 < 5 \qquad 2x < 9 \qquad x < 4.5$

$2 < x < 4.5$

¿Cuando es válido?

$\sqrt{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}x} \qquad \frac{2}{3} - \frac{3}{2}x \geq 0 \qquad -\frac{3}{2}x \geq -\frac{2}{3}$

$x \leq \frac{-2/3}{-3/2}$

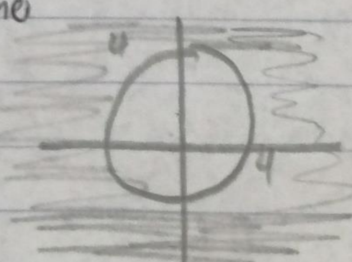
$x \leq \frac{4}{9}$

$\sqrt{4 + \frac{1}{2}x} \qquad 4 + \frac{1}{2}x \geq 0 \qquad \frac{1}{2}x \geq -4 \qquad x \geq \frac{-4}{1/2}$

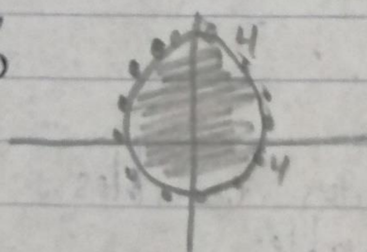
$x \geq -8$

Represente en un plano

$x^2 + y^2 \geq 16$

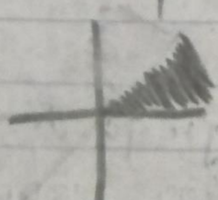


$x^2 + y^2 < 16$



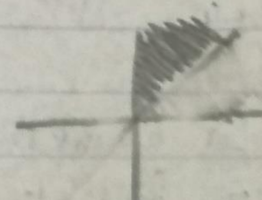
$\sqrt{x} < \sqrt{y}$

$x < y$



$\sqrt{x} > \sqrt{y}$

$x > y$



Conjunto de puntos en el plano R^2

Las curvas se definen a partir de una ecuación dada y para realizar una descripción geométrica Recurrimos a:

- La forma algebraica de la curva
- Identificar puntos de intersección con los ejes que definen las variables de la ecuación

Las curvas (cónicas) son:

* $x^2 + y^2 = r^2$ Circunferencia

Centro $(0,0)$ y radio r

Ejercicio

$-2x^2 - 2y^2 = -8$

$-2(x^2+y^2) = -8 \rightarrow x^2+y^2 = \frac{-8}{-2}$ $x^2+y^2=4$

$x^2+y^2=2^2$

* $y = 4px^2$ Parábola vértice $(0,0)$

Ejercicio

$3y - 12x^2 = 0$

$3y = 12x^2$ $y = \frac{12}{3}x^2$ $y = 4x^2$

$4p > 0$

$4p < 0$

Observación:

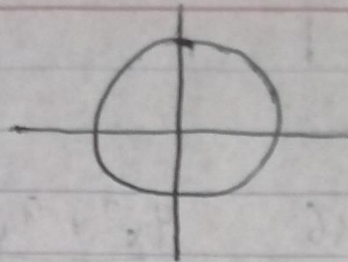
La dimensión R^2 es tener dos variables

La R^3 es tener tres variables

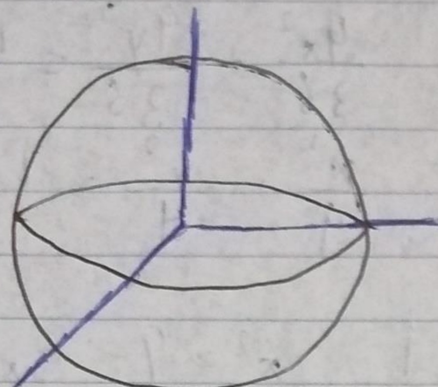
La geometría en R^3 se define agregando la variable z bajo la misma estrella... Digo, estructura algebraica

:v

$x^2 + y^2 = 4$

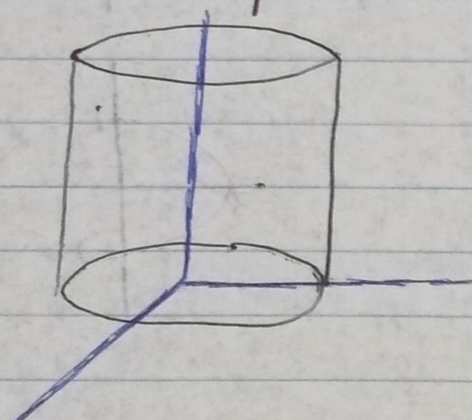


$x^2+y^2+z^2=4$

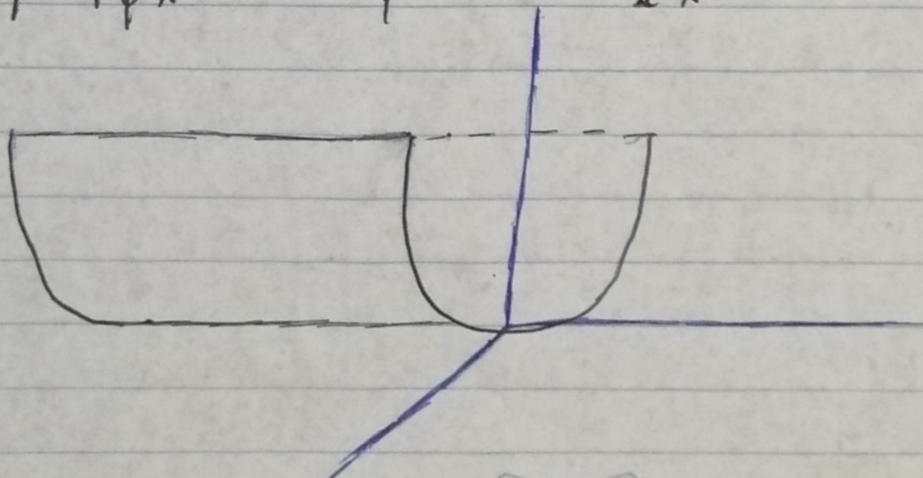


Ah numa

$x^2+y^2=4^2$ y $z=0$



$y^2 4 p x^2$ y $z = 1x^2$



$*\ \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ Elipse

$4x^2 + 9y^2 = 36$

$$\frac{4x^2 + 9y^2}{36} = 1$$

$$\frac{4x^2}{36} + \frac{9y^2}{36} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

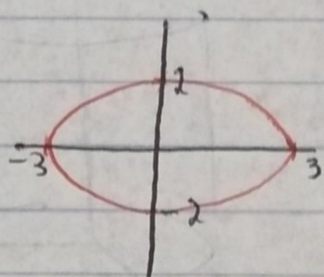
Supóngase

$\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{0}{4} = 1 \quad x^2 = 9 \quad x = \pm\sqrt{9} \quad x = 3$

$x = -3$

$\dfrac{0}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1 \quad y^2 = 4 \quad y = \pm\sqrt{4} \quad y = 2$

$y = -2$

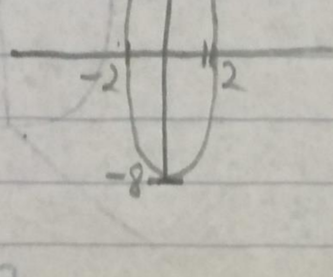


$16x^2 + y^2 = 64$

$$\frac{16x^2 + y^2}{64} = 1$$

$\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{64} = 1 \qquad \dfrac{x^2}{2^2} + \dfrac{y^2}{8^2} = 1 \qquad x = \pm 2$

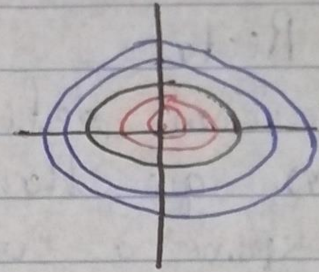
$y = \pm 8$



Cuando $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=k \rightarrow \frac{x^2}{a^2k}+\frac{y^2}{b^2k}=1$

Si se le dan valores menores •

O mayores •



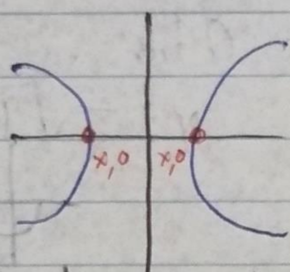
Eso son familia de curvas

Por es $\int f(x)\,dx$ es $f(x)+k$

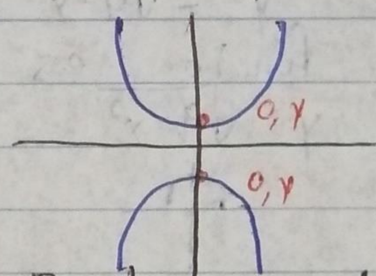
$\uparrow$

fam. curvas

* $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ La hiperbola



Existe si $y=0$



Existe si $x=0$

$4y^2-13x^2=52$ $\frac{4y^2-13x^2}{52}=1$

$\frac{y^2}{13}-\frac{x^2}{4}=1$ $\frac{y^2}{(\sqrt{13})^2}-\frac{x^2}{2^2}=1$

$4x^2-y^2=36$ $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{36}=1$ $\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{(\sqrt{36})^2}=1$

$x^2=9$

$x=\pm 3$

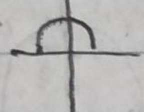
De la circonferencla → Funciones trigonometricas
De la hipérbola → Funclones hiperbólicas

* La Recta
Toda ecuación define a un conjunto denotado $y = f(x)$ que llamamos funclón donde cada x corresponde a una única y

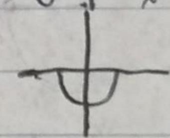
En los conjuntos $y = f(x)$ es donde aplican los operadores (lim), (dx), ($\int$)

Sea $x^2 + y^2 = 9$
$$y^2 = 9 - x^2$$
$$y = \pm\sqrt{9 - x^2}$$

Una funclón es
$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

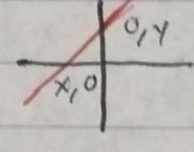


Otra es
$$y = -\sqrt{9 - x^2}$$



Pero en su totalidad nel porque para cada valor x no hay un único valor y

La Recta
$$ax + by = c$$

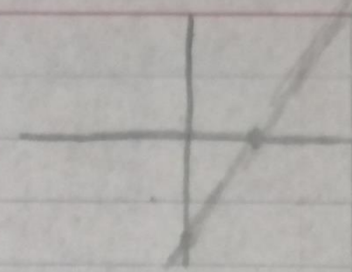


Por ejemplo:
$5x + 3y = 60$

$$5x + 3(0) = 60$$
$$x = \frac{60}{5} = 12$$
$$(12, 0)$$

$$5(0) + 3y = 60$$
$$y = \frac{60}{3} = 20$$
$$(0, 20)$$

$\sqrt{2}x - \frac{1}{\sqrt{2}}y = 3\sqrt{2}$



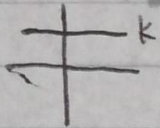
$\sqrt{2}x = 3\sqrt{2}$

$x = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $\quad x = 3 \quad (3,0)$

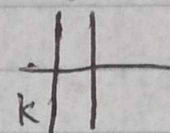
$-\frac{1}{\sqrt{2}}y = 3\sqrt{2}$

$y = 3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$ $\quad -y = 6 \quad (0,-6)$

$y = k$



$x = k$



Un operador $\tau(x)$ es lineal si

$\tau(ax) = a \cdot \tau(x)$

$\tau(x+y) = \tau(x) + \tau(y)$

Una ecuación diferencial sustituye a la variable por su derivada