08/01/2018

Materia: Estudios Matemáticos
Docente: Edgar Ahmed Muñoz Guzmán

09/01/2018

Desplazamiento D Velocidad V y aceleración a

Un objeto se mueve horizontalmente de modo que su posición está determinada por la expresión $s = 2t^2 - 12t + 8$ donde s se mide en cm y t en segundos con $t \geq 0$

a) Determine la velocidad del objeto cuando $t = 1$ y $t = 6$
b) ¿En que momento la $v = 0$?
c) ¿Cuando es + la velocidad?
d) ¿Cual es el valor de la aceleración?

Desplazamiento
$2t^2 - 12t + 8$

Velocidad
$V = \frac{s}{t} \rightarrow V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow V = \frac{ds}{dt}$

Aceleración
$a = \frac{\Delta v}{t} \rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{dv}{dt}$

a) $V = \frac{ds}{dt} = 4t - 12$ $t = 1 \rightarrow -8 \frac{cm}{s}$ $t = 6 \rightarrow 12 \frac{cm}{s}$

d) $a = \frac{dv}{dt}$ ó $\frac{d^2 s}{dt^2} = 4$

b) $0 = 4t - 12$
$12 = 4t$
$3 = t$

c) Cuando $t > 3$

Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba con una $v = 80 \frac{pies}{seg}$.

a) ¿Cual es la altura máxima que alcanza? ¿En que momento lo hace?
b) ¿Que velocidad tiene a los 2 s? ¿Cual es su aceleración?
c)

Desplazamiento $g = 32 \frac{ft}{s^2}$

$s = V_0 t + \frac{gt^2}{2}$

$80t + \frac{32t^2}{2}$

$s(t) = 80t + 16t^2$

$v(t) = 80 - 32t$

$a(t) = -32 \frac{ft}{s^2}$

a) $0 = 80 - 32t$

$32t = 80$

$t = \frac{80}{32} = \frac{40}{16} = \frac{20}{8} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

$s(t) = 80(5/2) - 16(5/2)^2$

$s(t) = 100$ pies a los 2.5 seg

b) $v(t) = 16$ pies/seg

$a = 32$

10/01/2018

Introducción al Cálculo Integral

La antiderivada — La derivada

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \qquad \frac{d}{dx} x^n = n \cdot x^{n-1}$

ej. $f(x) = 4x^2 + 9x - 6$

$\frac{dy}{dx} = 8x + 9$

$\int x^n dx = 4x^2 + 9x + c$

Derivada $\frac{dy}{dx} = f(x)$

Despejas $dy = f'(x)\, dx$

Integras $\int dy = \int f'(x)\, dx$

Mueven $y = \int f'(x)\, dx$

Calcular la integral

1- $\int (4x^3 - 9x^2 + 5x - 6)\,dx$

$x^4 - 3x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 6x + c$

2- $\int (4x^2 - 6x + 8)\,dx$

$\frac{4}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + c$

3- $\int \left(\frac{5}{x^3} + \frac{4}{x^2} + 5\right) dx$

$5x^{-3} + 4x^{-2} + 5$

$\frac{5x^{-2}}{-2} + \frac{4x^{-1}}{-1} + 5x$

$-\frac{5}{2x^2} - \frac{4}{x} + 5x + c$

11/01/2018

Formulas integrales

$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

$\int v^n\,dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + c$

Ej.

$\int \left(\frac{6}{x^4} + \frac{9}{x^2} + \frac{6}{x} - 8\right) dx$

$\int (6x^{-4} + 9x^{-2} + 6x^{-1} - 8)\,dx$

$\frac{6x^{-3}}{-3} + \frac{9x^{-1}}{-1} + \frac{6x^0}{0} - 8$

!!

Quedese para descubirlo el siguiente capítulo :v

~~Otra formula~~

Ej. $\int u^n \, du = \dfrac{u^{n+1}}{n+1} + C$

$$\int 3\underbrace{(4x+8)^5}_{u^n} dx$$

Debe cumplir exactamente porque

$n = 5$

$u = 4x+8$

$\dfrac{du}{dx} = 4 \rightarrow du = 4dx$

No hay un $4dx$ hay un $3dx$

Hay que ajustar la integral sacando un 3 y metiendo un 1 especial

$3\int (4x+8)^5 \, dx$

$\dfrac{4}{4} \cdot 3\int (4x+8)^5 \, dx$

$\dfrac{3}{4}\int 4(4x+8)^5 \, dx = \dfrac{(4x+8)^6}{6} + C$

$\dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{(4x+8)^6}{6} + C$

$\dfrac{(4x+8)^6}{8} + C$

$\int \sqrt{6x-3} \, dx \qquad u = 6x-3$

$\dfrac{1}{6}\int (6x-3)^{1/2} \, 6dx \qquad du = 6dx$

$\dfrac{1}{6} \cdot \dfrac{(6x-3)^{3/2}}{3/2} + C \rightarrow \dfrac{(6x-3)^{3/2}}{9} + C$

$\dfrac{\sqrt{(6x-3)^3}}{9} + C$

1.- $\int \left(\frac{x^2}{\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{3x}{\sqrt{a}} - 5\sqrt{b} \right) dx$

$\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \int x^2 dx - \frac{3}{\sqrt{a}} \int x\, dx - 5\sqrt{b} \int dx$

$\frac{x^3}{3\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{3x^2}{2\sqrt{a}} - 5\sqrt{b}\,x + c$

2.- $\int (ax^2 - b)^5 x\, dx$ $\qquad u = ax^2 - b$

$du = 2ax\, dx$

$\frac{2a}{2a} \ldots$

$\frac{1}{2a} \int (ax^2-b)^5\, 2ax\, dx \rightarrow \frac{(ax^2-b)^6}{6}$

$\frac{(ax^2-b)^6}{12a} + c$

3.- $\int x (x+4)^2 dx$

x sobra

$\int x(x^2+8x+16)$

$\int x^3 + 8x^2 + 16x$

$\frac{x^4}{4} + \frac{8x^3}{3} + 8x^2 + c$

12/01/2018

Ahora si veamos lo que en el episodio pasado :v

$\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$

$\int -\frac{7}{x} dx = -7 \int \frac{dx}{x}$ $\qquad u = x \quad du = dx$

$-7 \ln |u| + c$

Ej. $\int \frac{\cancel{4x+2}\ \rightarrow 12x+8}{3x^2+4x}$ $\qquad u = 3x^2+4x \quad du = 6x+4\, dx$

$\int \frac{2(6x+4)}{3x^2+4x} dx$

$2 \int \frac{6x+4}{3x^2+4x} dx \rightarrow \int \frac{du}{u} \therefore 2 \ln \cdot |3x^2+4x| + c$

1- $\int \frac{\operatorname{sen} 5x}{1-\cos 5x}\, dx$ $u = 1-\cos 5x$

$du = 5 \cdot \operatorname{sen} 5x \, dx$

Falta un 5 en la función original

$\frac{5}{5} \int \frac{\cdots}{\cdots}$

$\frac{1}{5} \int \frac{5 \cdot \operatorname{sen} 5x}{1-\cos 5x}\, dx$

$\frac{1}{5} \cdot \ln|1-\cos 5x| + c$

2- $\int \frac{dx}{2+3x} = \frac{1}{2+3x}\, dx$ $u = 2+3x$

$du = 3\, dx$

$\frac{1}{3} \int \frac{3}{2+3x}\, dx$

$\frac{1}{3} \cdot \ln|2+3x| + c$

Si $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$

entonces

$\int e^u \, du = e^u + c$

1- $\int e^{2x+1}\, dx$ $u = 2x+1$ $du = 2dx$

$\frac{1}{2} \int e^{2x+1} \cdot 2dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} + c$

2- $\int e^{3x} (1-e^{3x})^2 \, dx$ $u = 1-3x$

$\frac{1}{-3} \int -3 e^{3x} (1-e^{3x})^2 dx$ $du = -e^{3x} \cdot 3\, dx$

$-\frac{1}{3} \frac{(1-e^{3x})^3}{3} + c$

$-\frac{(1-e^{3x})^3}{9} + c$

3- $\int \left(\frac{2}{(x+1)^3} - \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{4}{x+1} \right) dx$

$\int 2 \cdot (x+1)^{-3} - 3 \cdot (x+1)^{-2} + \frac{4}{x+1}$

$2 \cdot \int (x+1)^{-3} - 3 \cdot \int (x+1)^{-2} + \int \frac{4}{x+1}$ $u = x+1$ $du = 1$

$= -(x+1)^{-2} + 3(x+1)^{-1} + 4 \cdot \ln|x+1| + c$

15/01/2018

Resuelva las integrales

1- $\int x(x+4)^2\, dx$

2- $\int \left(\frac{3}{x^5} - \frac{2}{x^2} - \frac{6}{x} \right) dx$

3- $\int \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}} - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} \right) dx$

4- $\int \frac{x\, dx}{\sqrt{ax^2+b}}$

5- $\int \frac{5x\, dx}{3x^2-4}$

6- $\int \frac{\cos 5x}{\sqrt{\operatorname{sen} 5x + 4}}\, dx$

7- $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt[3]{\tan^2 x}}\, dx$

8- $\int \cot mx \csc^2 mx\, dx$

1- $\int (x^3 + 8x^2 + 16x)\, dx$

$= \frac{x^4}{4} + \frac{8x^3}{3} + 8x^2 + c$ >:v No c t olbiD la c

3- $\frac{4}{x^{1/3}} - \frac{5}{x^{1/4}} = 4x^{-1/3} - 5x^{-1/4}$

$= \frac{4x^{2/3}}{2/3} - \frac{5x^{3/4}}{3/4} = 6\sqrt[3]{(x)^2} - \frac{20\sqrt[4]{x^3}}{3} + c$

2.- $3x^{-3} - 2x^{-2} - \frac{6}{x}$

$= \frac{3x^{-4}}{-4} - \frac{2x^{-1}}{-1} - 6 \cdot \ln|x| + c$

4.- $\int \frac{x}{\sqrt{ax^2+b}} dx$ $\quad$ $\cancel{u = ax^2+b}$ $\quad$ $\cancel{u' = 2ax}$

$(x(ax^2+b)^{-1/2})dx$

$(ax^2+b)^{-1/2}\, x\,dx$ $\quad$ $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$

$du = 2ax\,dx$

$\frac{(ax^2+b)^{1/2}}{2a \cdot 1/2} + c$

$\frac{\sqrt{ax^2+b}}{a} + c$

5.- $\frac{5x\,dx}{3x^2-4}$ $\quad$ $u = 3x^2-4$

$u' = 6x\,dx$

$\therefore = \frac{\ln|3x^2-4|}{6/5} + c = \frac{5\ln|3x^2-4|}{6} + c$

6.- $\frac{\cos 5x}{\sqrt{\operatorname{sen} 5x+4}} dx$ $\quad$ $u = \sqrt{}$ $\operatorname{sen} 5x+4$

$u' = \cos 5x \cdot 5$

$\cos 5x(\operatorname{sen} 5x+4)^{-1/2}$

$= \frac{1}{5} \cdot \frac{\sqrt{\operatorname{sen} 5x+4}}{1/2} + c \quad \therefore = \frac{2\sqrt{\operatorname{sen} 5x+4}}{5} + c$

7.- $\frac{\sec^2 x}{\sqrt[3]{\tan^2 x}}$ $\quad$ $u = \tan^2 x$

$u' =$

Fecha de entrega del proyecto 26 marzo

$\sqrt[3]{2^6} \cdot \sqrt[3]{2}$ $\quad$ $\sqrt{x^2}$ $\quad$ $\sqrt{x^4}$

$2^{6/3} \cdot 2^{1/3}$ $\quad$ $\cancel{\sqrt{x^5}}$

$\sqrt{x^2 \cdot x^2}$

$2^2 \cdot \sqrt[3]{2}$ $\quad$ $x\sqrt{x^2}$ $\quad$ $\sqrt[5]{x^8}$

$x^5 \cdot x^3$

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE AGUASCALIENTES

Universidad Autónoma de Aguascalientes
Centro de Educación Media
Academia de Matemáticas y Física
Formulario de Cálculo Integral
IBQ Edgar Ahmed Muñoz Guzmán

Integrales Básicas

$$\int du + dv - dw = \int du + \int dv - \int dw$$

$$\int a dv = a \int dv$$

$$\int dx = x + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int v^n dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{dv}{v} = ln|v| + C$$

$$\int a^v \, dv = \frac{a^v}{\ln a} + C$$

$$\int e^v \, dv = e^v + C$$

Integrales Trigonométricas

$$\int sen\, v \, dv = -\cos v + C$$

$$\int \cos v \, dv = sen\, v + C$$

$$\int sec^2 v \, dv = \tan v + C$$

$$\int csc^2 v \, dv = -\cot v + C$$

$$\int \sec v \cdot \tan v \, dv = \sec v + C$$

$$\int \csc v \cdot \cot v \, dv = -\csc v + C$$

$$\int \tan v \, dv = -ln|\cos v| + C = ln|\sec v| + C$$

$$\int \cot v \, dv = ln|sen\, v| + C$$

$$\int \sec v \, dv = ln|\sec v + \tan v| + C$$

$$\int \csc v \, dv = ln|cscv - \cot v| + C$$

Integrales de la forma $a^2 \pm v^2$

$$\int \frac{dv}{v^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{v}{a} + C$$

$$\int \frac{dv}{v^2 - a^2} = \frac{1}{2a} ln\left|\frac{v-a}{v+a}\right| + C$$

$$\int \frac{dv}{a^2 - v^2} = \frac{1}{2a} ln\left|\frac{a+v}{a-v}\right| + C$$

$$\int \frac{dv}{\sqrt{a^2 - v^2}} = arcsen\, \frac{v}{a} + C$$

$$\int \frac{dv}{\sqrt{v^2 \pm a^2}} = ln\left|v + \sqrt{v^2 \pm a^2}\right| + C$$

$$\int \frac{dv}{v\sqrt{v^2 - a^2}} = \frac{1}{a} arcsec\, \frac{v}{a} + C$$

$$\int \sqrt{a^2 - v^2}\, dv = \frac{v}{2}\sqrt{a^2 - v^2} + \frac{a^2}{2} arcsen\, \frac{v}{a} + C$$

$$\int \sqrt{v^2 \pm a^2}\, dv = \frac{v}{2}\sqrt{v^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \ln\left|v + \sqrt{v^2 \pm a^2}\right| + C$$

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE AGUASCALIENTES

Universidad Autónoma de Aguascalientes
Centro de Educación Media
Academia de Matemáticas y Física

Formulario de Cálculo Diferencial

IBZ Edgar Ahmed Muñoz Guzmán

$$\text{Sean:} \begin{cases} a, b, c & Valores\ constantes \\ u, v, w & Funciones\ de\ la\ variables\ "x" \\ \frac{du}{dx}, \frac{dv}{dx}, \frac{dw}{dx} & Derivadas\ de\ dichas\ funciones \end{cases}$$

Derivadas Algebraicas

$$\frac{d}{dx}c = 0$$

$$\frac{d}{dx}x = 1$$

$$\frac{d}{dx}(u + v - w) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} - \frac{dw}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}u^n = nu^{n-1} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\sqrt[n]{u} = \frac{1}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(u \cdot v) = u \cdot \frac{dv}{dx} + v \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \cdot \frac{du}{dx} - u \cdot \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

Derivadas Trigonométricas

$$\frac{d}{dx}sen\, u = cos\, u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}cos\, u = -sen\, u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}tan\, u = sec^2\, u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}cot\, u = -csc^2\, u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}sec\, u = sec\, u \cdot tan\, u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}csc\, u = -csc\, u \cdot cot\, u \cdot \frac{du}{dx}$$

Trigonométricas inversas

$$\frac{d}{dx}arcsen\, u = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}arccos\, u = -\frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}arctan\, u = \frac{1}{1 + u^2} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}arccot\, u = -\frac{1}{1 + u^2} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}arcsec\, u = \frac{1}{u\sqrt{u^2 - 1}} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}arccsc\, u = -\frac{1}{u\sqrt{u^2 - 1}} \cdot \frac{du}{dx}$$

Derivadas exponenciales

$$\frac{d}{dx}e^u = e^u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}a^u = a^u \cdot \ln a \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\ln u = \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\log u = \frac{\log e}{u} \cdot \frac{du}{dx}$$

La Integral Definida

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

ejemplo Calcula:

$$\int_2^8 (3x^2 + 4x + 3)\,dx$$

$$x^3 + 2x^2 + 3x \Big|_2^8$$

$$\left.\begin{array}{l} F(8) = 512 + 128 + 24 = 664 \\ F(2) = 8 + 8 + 6 = 22 \end{array}\right\} 642$$

$$\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt{3x-2}} \quad \frac{3}{3}\int 1 \cdot (3x-2)^{-1/2}\,dx$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(3x-2)^{1/2}}{1/2} = \frac{2\sqrt{3x-2}}{3} \Big|_2^6$$

$$\left.\begin{array}{l} F(2) = 4/3 \\ F(6) = 8/3 \end{array}\right\} \frac{4}{3}$$

$$\int_{-1}^2 (x^2 - 4x + 3)\,dx$$

$$\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \Big|_{-1}^2$$

$$\begin{array}{l} F(-1) = -16/3 \\ F(2) = 2/3 \end{array} \qquad \frac{2}{3} - \left(-\frac{16}{3}\right) = \frac{18}{3} = 6$$

$$\int_2^4 \frac{(4 - \ln|x+3|)^3}{x+3}\,dx - \frac{(4 - \ln|x+3|)^4}{4} \Big|_2^4$$

$$\left.\begin{array}{l} F(4) = \cancel{4.45} \quad -24.76 \\ F(2) = \cancel{8.164} \quad -29.68 \end{array}\right\} 4.92\ ?$$

Ejercicios Integrales

1- $\int x^6 dx = \frac{x^7}{7} + c$

2- $\int 5x^4 dx = x^5 + c$

3- $\int bx^3 dx = \frac{bx^4}{4} + c$

5- $\int a dx = ax + c$

7- $\int \frac{dx}{3} = \frac{1}{3}x + c$

9- $\int 5\sqrt[4]{x} = \frac{5x^{5/4}}{5/4} = 4\sqrt[4]{x^5} + c$

11- $\int \frac{5dx}{x^4} = 5x^{-4} = \frac{5x^{-3}}{-3} = -\frac{5}{3x^3} + c$

13- $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x}} =$

57- $(4-\ln|x+3|)^3 (x+3)^{-1} dx$

$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$

$\frac{(4-\ln|x+3|)^3}{x+3} dx$

Sea $\ln|x+3| = a$

$\frac{(4-a)^3}{x+3} = \frac{64 - 48a + 12a^2 - a^3}{x+3}$

$\frac{64}{x+3} - \frac{48a}{x+3} + \frac{12a^2}{x+3} - \frac{a^3}{x+3}$

$64\int \frac{1}{x+3} - 48\int \frac{a}{x+3} + 12\int \frac{a^2}{x+3} - \int \frac{a^3}{x+3}$

$\underbrace{\frac{1}{x+3}}_{dv} \cdot \underbrace{\frac{a}{1}}_{u}$

$[(-1) \cdot (a-4)^3$