

Lunes 8 de agosto del 2016

Maestro: Edgar Ahmed Muñoz (Guzmán)

Materia: Estudios Matemáticos

Programa:

7 unidades:

1- Numeros y Algebra

2- Estadística Descriptiva

3- Logica y Probabilidades

4- Aplicaciones Estadísticas

5- Geometría y Trigonometría

6- Modelos Matemáticos

7- Introducción al Cálculo Integral

Libro: Mathematics (Digital)

Calculadora Texas Instruments

TI 83

TI 84

TI Nspire

Casio

Fx 9750 G

Cfx 9850

Fx 9860 G

Unidad 1: Numeros y Algebra

1- ()

2- x^n $\sqrt{\quad}$

3- x \div

4- $+$ $-$

Resuelve

$$1- \sqrt{13^2 + 12^2} + (6-4)^2 \cdot 8 - \sqrt{(10-8)^2} =$$

$$\sqrt{169 + 144} + 4 \cdot 8 - \sqrt{4}$$

$$\sqrt{25} + 32 - 2$$

$$5 + 32 - 2$$

$$R = 35$$

$$2. \sqrt{2 \times 36 + 576} \div 8 + \{(\sqrt{9} - \sqrt{4})^2 - [7 + (8-2) - (5-4)7] + 6\}$$

$$\sqrt{72 + 72} + \{1 - [7 + 6 - 1] + 6\}$$

$$\sqrt{144} + \{1 - 12 + 6\}$$

$$12 + \{-5\}$$

$$12 - 5$$

$$7$$

$$3. 3\{\sqrt{(5-2)(7-4)} - (5-3) + (8-3) - [6 - (7-2) + 8] - 6\}$$

$$3\{\sqrt{3 \times 3} - 2 + 5 - [6 - 5 + 8] - 6\}$$

$$3\{3 - 2 + 5 - 9 - 6\}$$

$$3\{-9\}$$

$$-27$$

$$4. 12^2 \div \sqrt{16} \div \sqrt{81} + 5^2 \times 6 \div 3$$

$$144 \div 4 \div 9 + 25 \times 6 \div 3$$

$$36 \div 9 + 50 = 2$$

$$4 + 500$$

$$54$$

Clasificación de números

R Reales

i Imaginarios

Q Racionales: Que se puede expresar como $\frac{a}{b}$

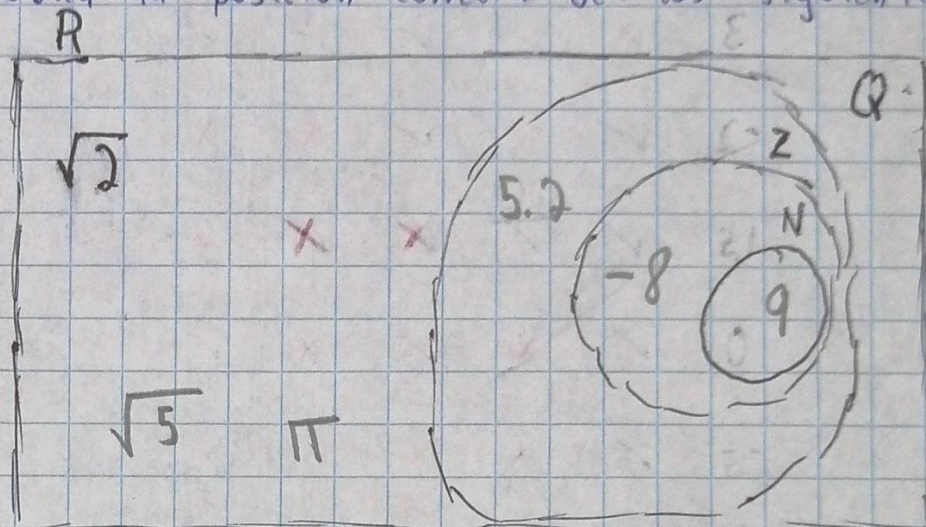
Q' Irracionales: El que no se pueda representar irracional

Z ~~Naturales~~ ^{Enteros} Positivos + 0

Z' Negativos

En el diagrama ubica la posición correcta de los siguientes valores

- 1- 5.2
- 2- -8
- 3- 4
- 4- $\sqrt{5}$
- 5- π



Demstrar que los numeros siguientes son racionales

1- .8 $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

2- .45 $\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

3- .214 $\frac{214}{1000}$

4- .864 $\frac{864}{1000}$

Cierto o falso

1- -136 es natural Falso

2- $\frac{15}{2}$ es racional Cierto

3- $\frac{14}{2}$ no es entero Falso

Demstrar que los siguientes son racionales

1- .44444

$10x = 4.4444$

$10x = 4 + x$

$9x = 4$

$x = \frac{4}{9}$

2- .212121

$100x = 21.2121$

$100x = 21 + x$

$99x = 21$

$x = \frac{21}{99}$

3- .325325

$1000x = 325.325$

$1000x = 325 + x$

$999x = 325$

$x = \frac{325}{999}$

	Racional		Entero		Natural
	Q	Q ⁺	Z	Z ⁺	N
3	✓	✓	✓	✓	✓
-2	✓	✗	✓	✗	✗
15	✓	✓	✗	✗	✗
0	✓	✗	✓	✗	✓
-1/2	✓	✗	✗	✗	✗

¿Cuales son iracionales?

	Q	R	Entero		N
	Q	R	Z	Q ⁺	N
√2	✗	✓	✗	✓	✗
5	✓	✓	✓	✗	✓
-1/2	✓	✓	✗	✗	✗
2.17	✓	✓	✗	✗	✗
-9	✓	✓	✓	✗	✗

Conversion de Unidades

1- La distancia entre 2 ciudades es de 230 millas

1 milla = 1609 mts

230 millas =

Handwritten calculations for unit conversion, including multiplication of 230 by 1609 to convert miles to meters.

Factores de conversión

Longitud	1 metro (m) = 39.37 in = 3.281 ft = 6.214×10^{-4} mi = 10^{10} Å = 10^{15} fermis 1 in = 0.02540000 m 1 ft = 0.3048 m 1 mi = 1609 m 1 milla náutica = 1852 m = 1.1508 mi = 6076.10 ft 1 angstrom (Å) = 10^{-10} m 1 mil = 10^{-3} in 1 rod = 16.5 ft; 1 braza = 6 ft	$1 \text{ km} = 0.621 \text{ millas}$
Área	1 m ² = 10.76 ft ² = 1550 in ² 1 hectárea = 10^4 m ² = 2.471 acres 1 ft ² = 929 cm ² 1 in ² = 6.452 cm ² = 1.273×10^6 circular mils 1 acre = 43.560 ft ²	
Volumen	1 m ³ = 35.31 ft ³ = 6.102×10^4 in ³ 1 ft ³ = 0.02832 m ³ 1 galón (US) = 231 in ³ = 3.79 litros 1 litro = 1.000028×10^{-3} m ³ = 61.02 in ³ = 0.26 galón (US)	
Tiempo	1 año = 365.2422 días = 8.766×10^3 h = 5.259×10^5 min = 3.156×10^7 s 1 día sideral (periodo de revolución de la Tierra) = 86,164 s	
Frecuencia	1 hertz (Hz) = 1 ciclo/s	
Velocidad	1 m/s = 3.281 ft/s = 3.6 km/h = 2.237 mi/h = 1.944 nudos 1 km/h = 0.2778 m/s = 0.9113 ft/s = 0.6214 mi/h 1 mi/h = 1.467 ft/s = 1.609 km/h = 0.8689 nudo	
Masa	1 kg = 2.205 lb _m = 0.06852 slug 1 lb _m = 0.4536 kg = 0.03108 slug 1 slug = 32.17 lb _m = 14.59 kg	
Densidad	1 g/cm ³ = 1000 kg/m ³ = 62.43 lb _m /ft ³ = 1.940 slug/ft ³ 1 lb _m /ft ³ = 0.03108 slug/ft ³ = 16.02 kg/m ³ = 0.01602 g/cm ³	
Fuerza	1 newton (N) = 10 ⁵ dinas = 0.1020 kg n = 0.2248 lb 1 lb (fuerza) = 4.448 N = 0.4536 kg n = 32.17 poundals	
Presión	1 N/m ² = 9.869×10^{-6} atm = 1.450×10^{-4} lb/in ² = 0.02089 lb/ft ² = 7.501×10^{-4} cmHg = 4.015×10^{-3} in de agua = 10^{-5} bar 1 lb/in ² = 144 lb/ft ² = 6895 N/m ² = 5.171 cmHg = 27.68 in de agua 1 atm = 406.8 in de agua = 76 cmHg = 1.013×10^5 N/m ² = 10.330 kg wt/m ² = 2116 lb/ft ² = 14.70 lb/in ² = 760 torr	
Trabajo Energía y calor	1 joule (J) = 0.2389 cal = 9.481×10^{-4} Btu = 0.7376 ft · lb = 10^7 ergs = 6.242×10^{18} eV 1 kcal = 4186 joules = 3.968 Btu = 3087 ft · lb 1 eV = 1.602×10^{-19} joule; 1 uma = 931.48 MeV 1 kW · h = 3.6×10^6 joules = 3413 Btu = 860.1 kcal = 1.341 hp · h	
Potencia	1 hp = 2545 Btu/h = 550 ft · lb/s = 745.7 watts = 0.1782 kcal/s 1 watt (W) = 2.389×10^{-4} kcal/s = 1.341×10^{-3} hp = 0.7376 ft · lb/s	
Carga eléctrica	1 faraday = 96.487 coulombs 1 carga de electrón = 1.602×10^{-19} coulomb	
Flujo magnético	1 weber (Wb) = 10^8 maxwells	
Intensidad magnética	1 tesla (T) = 1 newton/amp · m = 1 weber/m ² = 10,000 gauss	

Múltiplos y submúltiplos para las unidades SI

Prefijo	Símbolo	Multiplicador	Uso
tera	T	1,000,000,000,000 = 10^{12}	1 terámetro (Tm)
giga	G	1,000,000,000 = 10^9	1 gigámetro (Gm)
mega	M	100,000 = 10^6	1 megámetro (Mm)
kilo	k	1,000 = 10^3	1 kilómetro (km)
centi*	c	0.01 = 10^{-2}	1 centímetro (cm)
mili	m	0.001 = 10^{-3}	1 milímetro (mm)
micro	μ	0.000001 = 10^{-6}	1 micrometro (μ m)
nano	n	0.000000001 = 10^{-9}	1 nanometro
—	Å	0.0000000001 = 10^{-10}	1 angstrom (Å)*
pico	p	0.000000000001 = 10^{-12}	1 picometro (pm)

*El uso del centímetro y el angstrom está en desuso, pero aún se utiliza ampliamente.

Unidades básicas del SI para las siete cantidades básicas y dos complementarias

Cantidad	Unidad	Símbolo
Unidades básicas		
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampére	A
Temperatura	kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol
Unidades complementarias		
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	esterradián	Sr

De las siguientes magnitudes conviértan las unidades a aquellas propias al SI

1- La distancia entre dos ciudades es de 230 millas
 $1 \text{ milla} = 1609 \text{ m}$
 $230 \text{ millas} = x$
 $x = 370\,070 \text{ metros}$

2- La densidad de un aceite es $0.86 \frac{\text{kg}}{\text{l}}$

$1 \text{ kg} = 1 \text{ kg}$
 $1000 \text{ l} = 1 \text{ m}^3$
 $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$
 $x = 860 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Regla inversa

Factor de conversión

Ejemplo

$230 \text{ mi} \left[\frac{1609 \text{ m}}{1 \text{ mi}} \right]$ $.86 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \left[\frac{1000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} \right]$

Millas es numerador, dentro del parentesis irá al contrario

→ Pasa lo mismo con los l porque kg no queremos calcular

3- Un automóvil se desplaza a 90 km/h

$\frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \left[\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right] \left[\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right]$

$90 \div 3600 \times 1000 = \frac{25}{1}$

4- El rendimiento de guayaba se mide en $\frac{\text{ton}}{\text{ha}}$ y cultivó $12 \frac{\text{ton}}{\text{ha}}$

$\frac{\text{ton}}{\text{ha}} \rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
 $1000 \text{ kg} \rightarrow 1 \text{ ton}$
 $10\,000 \text{ m}^2 \rightarrow 1 \text{ ha}$

$12 \frac{\text{ton}}{\text{ha}} \left[\frac{1 \text{ ha}}{10\,000 \text{ m}^2} \right] \left[\frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ ton}} \right]$

$1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$

Recordar que densidad es relación de masa y volumen

30
36
180
1080

5- 2 vehiculos circulan en una autopista cuyo speed limit es de 90 km/h, uno de ellos va a 30 m/s y el otro va a 45 mi/h. Determine si alguno sobrepasa el limite

1 km → 1000 m
1 hr → 3600 s

30 $\frac{m}{s}$ $\left[\frac{1 km}{1000 m} \right]$ $\left[\frac{3600 s}{1 hr} \right]$

108 $\frac{km}{h}$ Sobrepasa

~~1 km → 1.609~~
~~1 hr → 1 hr~~

45 $\frac{mi}{h}$ $\left[\frac{1 km}{0.621 mi} \right] = 72.46$ Mantiene

6- Un constructor tiene losetas de 8 pulg. de largo; determine la distancia en metros si coloca 20 losetas 1 junto a otra

1 m = 39.37 in
? = 8 in

2032 m = 1 loseta

2032 x 20 = 40640 m → 20 losetas

7- Un motor tiene un volumen de 1.6 litros y el diametro del piston es de 67 mm. Expresar las magnitudes en pulg. y pies

1 l = 61.02 in³
1.6 l = x

97.632 in³
.056496 ft³

1 l = 0.001 m³
1.6 [0.001 m³]
.0016 m³ = x

2.63779 in
.219827 ft

1 m³ = 35.31 ft³
.056496

1 m = 39.37 in
.067 m

Notación Científica

Ej.

Numero de partículas en un mol de materia

$$1 \text{ mol} = 602250000000000000000000 \text{ partículas}$$
$$18 \text{ gr} = 1 \text{ mol} = 18 \text{ ml}$$

Carga de protón

$$\text{Protón} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ coulombs}$$

$$1 = 6.02 \times 10^{23}$$
$$60225 \times 10^{19}$$

$$2 = 1.6 \times 10^{-19}$$
$$16 \times 10^{-20}$$

La notación científica se basa en potencias de base 10, positivas o negativas, los positivos son muy grandes y los negativos muy pequeños

Valor	Prefijo	Símbolo	Potencia
Bilionesima	Pico	p	10^{-12}
Milbilionesima	Nano	n	10^{-9}
Millonesima	Micra	μ	10^{-6}
Milonesima	Milo	m	10^{-3}
Millar	Kilo	k	10^3
Millon	Mega	M	10^6
Mil millon	Giga	G	10^9
Billon	Tera	T	10^{12}

Ejemplo:

$$I = .0000725 \text{ A} = 7.25 \times 10^{-5} \text{ A} \quad \text{Notación Estándar}$$

72.5 microamperes Notación de SI

$$M = 68485300 \text{ kg}$$

$$6.85 \times 10^7 \text{ kg} \quad \text{Notación estándar}$$

68.48 Gg Gigagramo Notación SI
ó Mkg Megakilogramo

Expresar las magnitudes en la notación adecuada, estándar y SI

1- $r = .0000000000529 \text{ m}$ (radio de Bohr)

$$5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$53 \text{ pm}$$

2- $k = 89998.00000 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ (constante de Coulomb)

$$9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

$$9 \text{ GNm}^2/\text{C}^2$$

3- $r = 6380000 \text{ m}$ (radio de la tierra)

$$6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$6.4 \text{ Mm}$$

4- $.000000056 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^2}$ (constante de Stefan)

$$5.6 \times 10^8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^2}$$

$$56 \frac{\text{GW}}{\text{m}^2 \text{K}^2}$$

$$x = \log 5$$

$$10^x = 5$$

Error y % de error

Alan quiere poner alfombra en el suelo de su cuarto el cual mide 4.2×5.1 mts. Él ha estimado el área del piso redondeando cada medida al metro más cercano

- Determinar el área estimada por Alan
- Encuentre el área real de dicho cuarto
- Estime el % de error

$$\begin{array}{r} b) \quad 4.2 \\ \quad \times 5.1 \\ \hline \quad 42 \\ 210 \\ \hline 21.42 \end{array}$$

$$21.42 \text{ m}^2$$

$$a) \quad 5 \times 4 = 20$$

$$20 \text{ m}^2$$

c) Cociente de error

Porcentaje de error

$$E = \frac{|V_a - V_E|}{V_E}$$

V_a = Valor aproximado
 V_E = Valor exacto

$$\% E = \frac{|V_a - V_E|}{V_E} \times 100$$

$$= \frac{|20 - 21.42|}{21.42} \times 100$$

$$= \frac{1.42}{21.42} \times 100$$

$$6.6293$$

Determinar % de error al redondear:

12 Las ganancias anuales de una compañía que ascienden a 1,367,540 libras redondeadas a decenas de millares

$$\% E = \frac{|1370000 - 1367540|}{1367540} \times 100$$

$$.1799$$

b) Una población de 31,467 personas redondeada a decenas de millar

$$\%E = \frac{30000 - 31467}{31467} \times 100 = -4.66\%$$

c) Una venta al menudeo de 458,110 dólares redondeada a decenas de millar

$$\%E = \frac{460000 - 458110}{458110} \times 100 = .413\%$$

Redondear los valores

1.- A 3 C.S.

a) 43620 43600

b) 10076 10100

c) .6 .667

d) .036821 .0368

2.- A 4 C.S.

a) 28.0392 28.04

$$b) 0.038792 \quad .03879$$

$$c) 236834.89 \quad 236800$$

$$d) 43.076321 \quad 43.08$$

$$3-a) 28.0392 \quad 30$$

cifra

$$b) .038792 \quad .04$$

$$c) 236834.89 \quad 200000$$

$$d) 43.076321 \quad 40$$

Ej.

La bandera italiana esta dividida en 3 secciones iguales

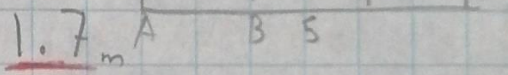
1- Encontrar, redondeado a 1 lugar decimal, la longitud entre A y B

2- Utiliza el valor anterior para calcular el area de la parte verde

3- Encuentre el area real de la seccion

4- Encontrar el % de error

$$1- \frac{5}{3} = 1.\bar{6} \rightarrow 1.7m$$



$$2- 1.7(3) = 5.1m \quad 5.1m^2$$

$$3- \frac{5}{3}(3) = 5m \quad 5m^2$$

$$4- \% E = \frac{|V_a - V_E|}{V_E} \times 100 \quad \% E = \frac{.1}{5} \times 100$$

$$\% E = \frac{10}{5}$$

$$\% E = 2\%$$

2- Luigi estima que puede manejar a una velo. prom. de 70 km/h . La distancia entre su casa y la playa es de 87 km y un día le toma $1 \text{ h. y } 20 \text{ min.}$

a) Calcular la velocidad para este viaje

b) Encontrar el error en el estimado

c)

$$a) v = \frac{d}{t} \quad v = \frac{87}{1\frac{2}{3}} \rightarrow v = 65.25$$

$$b) 70 - 65.25 = 4.75$$

$$c) \%E = \frac{|V_E - V_a|}{V_E} \times 100 \rightarrow 7.2797$$

Divisa	Cambio	¿A qué equivale 1 Peso Mexicano?
 BOLÍVAR VENEZOLANO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A BOLÍVAR VENEZOLANO	0.53669616177703
 CORONA CHECA	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A CORONA CHECA	1.2982437179141
 CORONA DANESA	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A CORONA DANESA	0.35775021220199
 CORONA NORUEGA	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A CORONA NORUEGA	0.44580940274827
 CORONA SUECA	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A CORONA SUECA	0.45650438946528
 DINAR KUWAIT	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A DINAR KUWAIT	0.010201785878671
 DIRHAM EMIRATOS	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A DIRHAM EMIRATOS	0.19754467038886
 DÓLAR	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A DÓLAR	0.053784914074883
 DÓLAR AUSTRALIANO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A DÓLAR AUSTRALIANO	0.071119005328597
 DÓLAR CANADIENSE	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A DÓLAR CANADIENSE	0.089957907028551
 DÓLAR HONG KONG	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A DÓLAR HONG KONG	0.4172064671865
 DÓLAR NEOZELANDÉS	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A DÓLAR NEOZELANDÉS	0.074315817477086
 DÓLAR SINGAPUR	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A DÓLAR SINGAPUR	0.073119398828519
 EURO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A EURO	0.048048
 FLORÍN HÚNGARO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A FLORÍN HÚNGARO	14.838789376158
 FRANCO SUIZO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A FRANCO SUIZO	0.052622183281768
 LIBRA	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A LIBRA	0.040972115630596
 LIRA TURCA	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A LIRA TURCA	0.15912041329677
 LITAS LITUANO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A LITAS LITUANO	0.15780502303951
 PESO ARGENTINO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A PESO ARGENTINO	0.80848572435671
 PESO CHILENO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A PESO CHILENO	36.153498871332
 PESO COLOMBIANO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A PESO COLOMBIANO	156
 PESO URUGUAYO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A PESO URUGUAYO	1.5360122758224
 RAND SUDAFRICANO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A RAND SUDAFRICANO	0.77231446803723
 REAL BRASILEÑO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A REAL BRASILEÑO	0.1759323337178
 RIAL SAUDÍ	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A RIAL SAUDÍ	0.20169591134246
 RINGGIT MALASIO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A RINGGIT MALASIO	0.2172907252631
 RUBLO RUSSO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A RUBLO RUSSO	3.4794689109277
 RUPIA INDIA	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A RUPIA INDIA	3.611273957159
 SHEKEL ISRAELI	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A SHEKEL ISRAELI	0.19827835230227
 YEN	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A YEN	5.4768038296327
 YUAN	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A YUAN	0.35874653744783
 ZLOTY POLACO	CONVERSOR DE PESO MEXICANO A ZLOTY POLACO	0.20835085923915

Divisa	Cambio	¿A qué equivale 1 Peso Mexicano?
 BOLÍVAR VENEZOLANO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A BOLÍVAR VENEZOLANO	0.53099916177793
 CORONA CHECA	CONVERSION DE PESO MEXICANO A CORONA CHECA	1.2982437179141
 CORONA DANESA	CONVERSION DE PESO MEXICANO A CORONA DANESA	0.35775921226199
 CORONA NORUEGA	CONVERSION DE PESO MEXICANO A CORONA NORUEGA	0.44580940274827
 CORONA SUECA	CONVERSION DE PESO MEXICANO A CORONA SUECA	0.45950438948528
 DINAR KUWAIT	CONVERSION DE PESO MEXICANO A DINAR KUWAIT	0.016201785878671
 DIRHAM EMIRATOS	CONVERSION DE PESO MEXICANO A DIRHAM EMIRATOS	0.19754487038886
 DÓLAR	CONVERSION DE PESO MEXICANO A DÓLAR	0.053784914074883
 DÓLAR AUSTRALIANO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A DÓLAR AUSTRALIANO	0.071119005328597
 DÓLAR CANADIENSE	CONVERSION DE PESO MEXICANO A DÓLAR CANADIENSE	0.069957907028551
 DÓLAR HONG KONG	CONVERSION DE PESO MEXICANO A DÓLAR HONG KONG	0.4172064671865
 DÓLAR NEOZELANDÉS	CONVERSION DE PESO MEXICANO A DÓLAR NEOZELANDÉS	0.074315817477086
 DÓLAR SINGAPUR	CONVERSION DE PESO MEXICANO A DÓLAR SINGAPUR	0.073119398828519
 EURO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A EURO	0.048048
 FLORÍN HÚNGARO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A FLORÍN HÚNGARO	14.838789376158
 FRANCO SUIZO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A FRANCO SUIZO	0.052622183281768
 LIBRA	CONVERSION DE PESO MEXICANO A LIBRA	0.040972115630590
 LIRA TURCA	CONVERSION DE PESO MEXICANO A LIRA TURCA	0.15912041329977
 LITAS LITUANO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A LITAS LITUANO	0.15780502303951
 PESO ARGENTINO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A PESO ARGENTINO	0.80648572435671
 PESO CHILENO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A PESO CHILENO	36.153498871332
 PESO COLOMBIANO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A PESO COLOMBIANO	156
 PESO URUGUAYO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A PESO URUGUAYO	1.5360122758224
 RAND SUDAFRICANO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A RAND SUDAFRICANO	0.77231446803723
 REAL BRASILEÑO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A REAL BRASILEÑO	0.1759323337178
 RIAL SAUDÍ	CONVERSION DE PESO MEXICANO A RIAL SAUDÍ	0.20160591134248
 RINGGIT MALA SIO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A RINGGIT MALA SIO	0.2172967252631
 RUBLO RUSO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A RUBLO RUSO	3.4794699109272
 RUPIA INDIA	CONVERSION DE PESO MEXICANO A RUPIA INDIA	3.611273857159
 SHEKEL ISRAELI	CONVERSION DE PESO MEXICANO A SHEKEL ISRAELI	0.19827835230227
 YEN	CONVERSION DE PESO MEXICANO A YEN	5.4788038269327
 YUAN	CONVERSION DE PESO MEXICANO A YUAN	0.35874653744783
 ZLOTY POLACO	CONVERSION DE PESO MEXICANO A ZLOTY POLACO	0.20835085623815

29/08/16

Progresiones y Series

Ej.

1- Vicky tiene 30 días de entrenamiento para una competencia de natación. Ella nada 10 vueltas el 1º día de entrenamiento y luego agrega 2 vueltas cada día que transcurre

$$n=1 \quad 10$$

$$n=2 \quad 12$$

$$n=3 \quad 14$$

$$n=30$$

Progresión Aritmética

2- Horacio pide un préstamo de \$500 con un interés mensual del 4%. ¿Cuánto debe después de un año si no realiza pagos?

No cuenta como mes
 $n=1 \quad \$500$

$$\text{Después de un mes } n=2 \quad \$520$$

$$n=3 \quad 540.8$$

Progresión Geométrica

$$n=13$$

Progresión Aritmética

Serie de valores en donde todo término se obtiene de sumar al anterior un número denominado como "diferencia"

$$n+1 = n + d$$

En el ejemplo 1 →

$$U_n = U_1 + (n-1)d$$

$$U_{30} = 10 + (30-1)2$$

$$U_{30} = 68$$

$$S_n = \frac{n}{2} (U_1 + U_n)$$

Vueltas el día 30

Total de vueltas de los 30 días

1- Considere la siguiente secuencia

2, 9, 16, 23, 30, ...

- Demostrar que la secuencia es aritmética. *Se le suman 7 siempre*
- Encontrar la fórmula de la secuencia para U_n
- Encontrar el centésimo término de la secuencia
- ¿Son el 828 y el 2341 términos pertenecientes?

n-ésimo término

$$b) U_n = U_1 + (n-1)d$$

$$U_n = 2 + (n-1)7$$

$$U_n = 2 + 7n - 7$$

$$U_n = \underline{7n - 5}$$

$$c) 695$$

$$d) 828 \quad \text{Si}$$

$$2341 \quad \text{No}$$

Así se argumenta:

$$U_n = 7n - 5$$

$$828 = 7n - 5$$

$$828 + 5 = 7n$$

$$\frac{828 + 5}{7} = n$$

$$119 = n \quad \checkmark$$

$$U_n = 7n - 5$$

$$2341 = 7n - 5$$

$$2341 + 5 = 7n$$

$$\frac{2341 + 5}{7} = n$$

$$335.14 = n \quad \times$$

Este ser humano

1- Bryan es un ~~salvador~~ caricaturista. Sus tiras cómicas han sido adquiridas por un periódico, así que les envía las 28 tiras cómicas que ha dibujado, cada semana, él les envía 3 T.C. más

1- Encuentra el no. de tiras cómicas que envió después de 1, 2, 3 y 4 semanas

2- Demostrar que es S. Aritmético

3- Encuentre el número de t.c. enviados en la semana 15
¿Cuántas t.c. en total ha enviado hasta esa fecha

4- ¿Cuándo envía Bryan la t.c. 120

n	U_1	U_2	U_3	U_4
	28	31	34	37

2- Se suman 3

$$3- U_n = U_1 + (n-1)d$$

$$U_{15} = 28 + (15-1)3$$

$$U_{15} = 28 + 42$$

$$U_{15} = 70$$

$$4- U_n = U_1 + (n-1)d$$

$$U_n - U_1 + d = n$$

$$d$$

$$\frac{120 - 28}{3} + 1 = n$$

$$31.66 \quad \text{En la } 31$$

2- Valeria se une a una red social. Después de una semana tiene 34, después de la 2^a tiene 41, y de la 3^a 48 y 4^a 55

1- Mostrar que es P. aritmética

2- Si el patrón sigue, ¿que número tendrá en 12 semanas?

3- ¿Después de cuántas semanas tendrá 150 amigos?

1- U_1 U_2 U_3 U_4 + ... + 7
34 41 48 55

2- $U_n = U_1 + (n-1)d$
 $U_{12} = 34 + (12-1)7$
 $U_{12} = 34 + 77$
 $U_{12} = 111$

3- $U_n = U_1 + (n-1)d$
 $\frac{U_n - U_1}{d} + 1 = n$
 $\frac{150 - 34}{7} + 1 = n$
 $17.571 = n$

3- Sec. 87, 83, 79, 75

a) ¿Porque es aritmética?

b) Encontrar su for. general

c) Hallar el 40avo término

d) Cual término sera -297

a) Va de -4 en -4

b) $U_n = U_1 + (n-1)d$

$$U_n = 87 + (n-1) \cdot (-4)$$

$$U_n = 87 - 4n + 4$$

$$U_n = 91 - 4n$$

c) -69

d) $-297 = 91 - 4n$

$$-297 - 91 = -4n$$

$$-388 = -4n$$

$$\frac{-388}{-4} = n$$

$$97 = n$$

01/09/16

Progresión Geométrica

$U_1 = 300 \times 1.04$

$U_2 = 312 \times 1.04$

$U_3 = 324.48 \times 1.04 \leftarrow \text{Razón Común } (r)$

$U_4 = 337.46$

En una progresión geométrica cada valor es igual al anterior, multiplicado por un valor denominado razón común

$$U_n = U_{n-1} * r \quad \text{o también} \quad U_n = U_1 * r^{n-1}$$

$$U_n = U_0 * r^n$$

Ejemplo

1- Encontrar la razón y el 1500 elemento de las

siguientes secuencias geométricas

a) 1, 3, 9, 27, 4, 7, 82, 969

b) 12, 18, 27, 3503, 151

c) $\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, -1024$

d) 612, 256, 128, .03125

02/09/16

La población inicial de conejos en una granja era de 50. Considerando que $\frac{1}{\text{semana}}$ incrementa un 7%.

a) ¿Cuántos conejos habrá dentro de 15 semanas y 30?

b) ¿Cuánto tendría que pasar para que la población alcance 500 animales?

a) $U_1 \rightarrow 50$

$$U_n = U_1 r^{n-1}$$

$$U_{15} = 50 (1.07^{15})$$

138 Conejos

$$U_{30} = 50 (1.07^{30})$$

387 conejos

b) $U_n = U_1 r^{n-1}$

$$500 = 50 (1.07^{n-1})$$

$$500 = 50 \cdot 1.07^n$$

$$\frac{500}{50} = 1.07^n$$

$$\log 10 = \log 1.07^n$$

$$\log 10 = n \log 1.07$$

$$\log 10 = 5n - 50$$

$$\log 1.07 \cdot 50n$$

34 = n

Ejercicios

1.- Una especie en peligro de extinción de marsupiales tiene 178 de población. Se espera que con un programa de repoblación se espere que crezca un 32% cada año

- a) Encontrar la población después de 10 años
 b) Encontrar la población después de 25 años
 c) ¿Cuanto tomará para alcanzar 10,000?

$$a) n_0 = 178$$

$$n_1 = 234.96$$

$$n_{10} = 2858.639$$

$$b) n_{25} = 183979.01$$

$$c) U_n = U_0 r^n$$

$$\frac{10000}{178} = 1.32^n$$

$$56.18$$

$$\log 56.18 = n \log 1.32$$

$$n = 14.51$$

2.- Un club de cine tiene inicialmente 300 miembros. Ha decrecido un 6% cada año

- a) ¿Cuántos miembros habrá después de 5 años?
 b) ¿Cuanto tomará para que llegue a 150 miembros?

$$a) n_0 = 300$$

$$n_1 = 282$$

$$n_5 = 220.17$$

$$b) U_n = U_0 r^n$$

$$\frac{U_n}{U_0} = r^n$$

$$\frac{150}{300} = r^n$$

$$0.5 = r^n$$

$$\log 0.5 = n \log r$$

$$\frac{\log 0.5}{\log 0.94} = n$$

$$n = 11.20$$

$$\log 5$$

$$\log 0.94$$

Interés Compuesto

Ej. Una persona invierte 15 mil pesos en un bono que le paga 3.5% mensual de intereses; determinar el monto de la inversión para % de la inversión de los 6 meses

15000	mes 0
15000 + 525	100% + 3.5% mes 1
15525 + 543.37 = 16068.37	mes 2
16630.77	mes 3
17212.845	mes 4
17815.29	mes 5
18438.83	mes 6

$$U_n = U_0 (r^n)$$

$$F_v = P_v \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

Future Value Valor Presente

Ej. \$5000 se invirtieron por 4 años con un interés compuesto de 7% compuesto anualmente.
¿Cuál será la cant. de dinero al final del periodo?
Redondee al dolar más cercano

$$\text{Año 0} = 5000$$

$$\text{Año 1} = 5350$$

$$\text{Año 4} = 6554$$

$$F_v = P_v (1.07)^4$$

$$F_v = 5000 (1.07)^4$$

$$F_v = 6553.98$$

- 1.- Calcule el balance final de \$10,000 invertidos al 6% anual si el interés se aplica ~~de~~ bimestralmente durante 2 años

$$F_v = P_v \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{nk}$$

$k = \#$ de capitalizaciones anuales

$$P_v = 10,000 \text{ USD}$$

$$r = 6\% \text{ Anual}$$

$$n = 2 \text{ años}$$

$$k = 6 \text{ (bimestral)}$$

$$F_v = P_v \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{nk}$$

$$F_v = 10,000 \left(1 + \frac{6}{100 \cdot 6}\right)^{12}$$

$$F_v = 10,000 (1.01)^{12}$$

$$F_v = 11,268 \text{ USD}$$

- 2.- Rodrigo recientemente recibió una herencia de 92 mil libras. Ha decidido invertir durante 10 años antes de gastarlo. El analista 2 propuestas bancarias:

a) El banco A le ofrece una tasa de 5.5% anual capitalizado anualmente

b) El banco B le ofrece una tasa de 5% anual capitalizado mensualmente

Determine que banco ofrece mejor rendimiento

$$a) F_v = P_v \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{nk}$$

$$F_v = 92,000 (1.055)^{10}$$

$$F_v = 157,149.29$$

$$b) F_v = P_v \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{nk}$$

$$F_v = 92,000 \left(1 + \frac{5}{1200}\right)^{120}$$

$$F_v = 151,524.873$$

12/09/16

Ejercicio

1- Una levadura de trastes industrial se adquirió en 2400 libras y sufre una depreciación del 15% anual

a) Encuentra su valor después de 6 años

b) Determinar el valor de la depreciación

$$F_v = P_v \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$P_v = 2400$$

$$r = 15\% \rightarrow -15\% \text{ disminuye}$$

$$n = 6$$

$$F_v = 2400 (1 + (-.15))^6$$

$$F_v = 2400 (.85)^6$$

$$F_v = 905.159$$

$$\begin{array}{r} b) \quad 2400 \\ \quad 905.159 \\ \hline 1494.841 \end{array}$$

2- Una maquina expendedora que se compró en 15 mil dolares se vendió 3 años después por 9540. Calcular la tasa de depreciación anual

$$F_v = P_v \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$F_v = 15000 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

$$\frac{F_v}{P_v} = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

$$\frac{9540}{15000} = 1 + \frac{r}{100}$$

$$.85997 = 1 + \frac{r}{100}$$

$$-.14 \times 100 = r$$

$$+ 14.00 = r$$

3. Un tractor se compró en 110 mil euros y se deprecia un 25% anual durante 5 años

a) Encontrar el valor para el final del periodo

b) ¿Cuanto se ha depreciado?

a) $F_v = P_v \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

$$F_v = 110\,000 (1.75)^5$$

$$F_v = 26103.516$$

b) 83896.484

4. Una imprenta que costo 250 mil libras se vende 4 años después por 80 mil libras. ¿A que tasa anual se depreció el valor?

$$F_v = P_v \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$80\,000 = 250\,000 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^4$$

$$\sqrt[4]{.32} = 1 + \frac{r}{100}$$

$$.752 - 1 = \frac{r}{100}$$

$$-.248 \times -100 = r$$

$$24.788 = r$$

13/09/16

Conversion de Monedas

Hay 2 tipos

- Conversion simple
- Conversion por Comision

1.- Un banco ofrece los siguientes cambios:

1 rupia india = .1222 yuan china

1 rupia india = .6003 rublo ruso

- Convertir 15750 rupias a yuan 1924.65
- Lo mismo a rublo 9454.725
- Calcular el cambio de yuan a rupia
- Calcular el cambio de rublo a yuan
- 1 INR = .1222 CNY

$$x = 1 \text{ CNY}$$

8.1833

$$.6003 \text{ RUB} = .1222 \text{ CNY}$$

$$1 \text{ RUB} = x$$

.2036

e) Cuantos yuanes son 30000 rublos?

$$1 \text{ RUB} = .2036 \text{ CNY}$$

$$30000 = x$$

6108

2.-

MXN

MXN

RUB

ZAR

1

7.230

.6018

p = 1.662

.4484

1

.2699

q = 3.705

p

q

r

r = 1

Convertir 5000 rubles a pesos 2242

3.-

Unidades

Unidad I: Número y álgebra

1.2	Porcentajes de error	$\mathcal{E} = \left \frac{V_A - V_E}{V_E} \right \times 100\%$, siendo V_E el valor exacto y V_A el valor aproximado de v
1.7	Término n -ésimo de una progresión aritmética Suma de n términos de una progresión aritmética	$u_n = u_1 + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$
1.8	Término n -ésimo de una progresión geométrica Suma de los n términos de una progresión geométrica	$u_n = u_1 r^{n-1}$ $S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{u_1(1 - r^n)}{1 - r}, \quad r \neq 1$
1.9	Interés compuesto	$FV = PV \times \left(1 + \frac{r}{100k} \right)^{kn}$, siendo FV = valor futuro, PV = valor actual, n = número de años, k = número de periodos compuestos al año, $r\%$ = tipo de interés nominal anual

14/09/16

1- Un banquero cambia rand sudafricano a otras monedas con una comisión del 2.5%. Wendy desea convertir 800 rands a rublos, con un tipo de cambio en donde $1 \text{ ZAR} = 3.75 \text{ RUB}$

a) ¿Cuál es la comisión cobrada?

b) ¿Cuanto dinero recibe Wendy?

a) $800 \left(\frac{2.5}{100} \right) = 20$

20 ZAR

b) $1 \text{ zar} = 3.75 \text{ rub}$

$780 \text{ zar} = x$

$x = 2925$

2- Un banco cambia GBP por una comisión del 1.5%. Calcular la comisión cobrada y el dinero que recibe

a) 500 GBP a USD cuando $1 \text{ GBP} = 1.5616 \text{ USD}$

b) 350 GBP a euros cuando $1 \text{ GBP} = 1.1605 \text{ €}$

c) 1200 GBP a dolar neocelandés cuando $1 \text{ GBP} = 2.0954 \text{ NZ}$

a) 7.5 769.088

b) 5.25 384.758

c) 18 2476.763

3- Un banco cambia dolares de Singapur por comisión del 1.8%. Calcular la comisión y el dinero que recibe

a) 250 SGD a UK cuando $1 \text{ SGD} = .4907$

b) 700 SGD a AUD cuando $1 \text{ SGD} = .7848$

c) 1500 SGD a euros cuando $1 \text{ SGD} = .5695$

a)

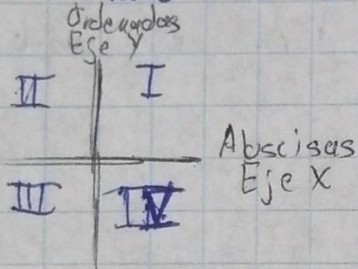
b)

c)

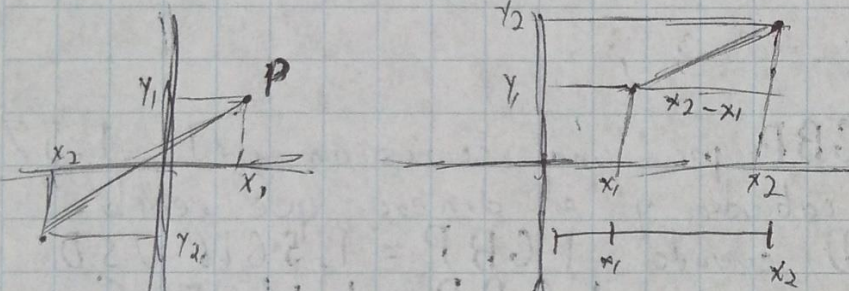
Unidad 2 Geometría y Trigonometría

• Plano

Cartesiano



Distancia entre 2 puntos



T Pitagoras: $c^2 = a^2 + b^2$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ej

$$A (1, 3)$$

$$B (-2, -1)$$

Los puntos A y B corresponden a los extremos de una circunferencia; determinar su perímetro y área.

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(3)^2 + (4)^2} \\ d &= \sqrt{9 + 16} \\ d &= \sqrt{25} \\ d &= 5 \end{aligned}$$

$$P = \pi d$$

$$P = \pi 5$$

$$P = 15.708 \text{ unidades}$$

$$A = \pi r^2$$

$$A = 19.635 \text{ unidades}^2$$

Ej) Demuestra que el triángulo ABC es rectángulo,

$$A (-1, -3)$$

$$B (6, 1)$$

$$C (2, -5)$$

$$\overline{AB} = d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{-7^2 + (-4)^2}$$

$$d = \sqrt{49 + 16}$$

$$d = \sqrt{65}$$

$$d = 8.062$$

$$\overline{AC} = d = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (-5 - (-3))^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 4}$$

$$d = \sqrt{13}$$

$$d = 2.062$$

$$d =$$

$$\overline{BC} = d = \sqrt{(6 - 2)^2 + (-5 - 1)^2}$$

$$d = \sqrt{16 + 36}$$

$$d = \sqrt{52}$$

$$d =$$

$$d =$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$65 = 13 + 52$$

1.- Verificar que los puntos A (-2, -3), B (-4, -5) y C (-1, -6) son los vértices de un triángulo isósceles

$$\overline{AB} = d = \sqrt{4 + 4}$$

$$d = \sqrt{8}$$

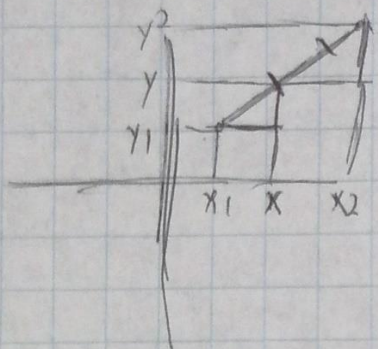
$$\overline{AC} = d = \sqrt{1 + 9}$$

$$d = \sqrt{10}$$

$$\overline{BC} = d = \sqrt{9 + 1}$$

$$d = \sqrt{10}$$

División de un segmento por una razón determinada



Relación 2 a 1

$$r = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad \text{o se puede con } x$$

Ej. Un segmento de recta está determinado por los puntos $A(-1, 1)$ y $B(6, 15)$, determinar la razón en la que el punto $P(2, 7)$ divide a la recta

$$r = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$r = \frac{7 - 1}{15 - 1}$$

$$r = \frac{6}{8}$$

$$r = \frac{3}{4}$$

Ej. Para los puntos $P_1(5, 3)$ y $P_2(-3, -3)$ encuentre la coordenada del punto x, y que divide al segmento de recta en una razón tal que la distancia de P_1 a P_2 es el triple de la que existe a P_2 y se encuentra entre ellos

$$r = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$x = \frac{rx_2 + x_1}{1 + r}$$

$$x = \frac{\frac{1}{3}(5) + (-3)}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$x = \frac{\frac{5}{3} - \frac{9}{3}}{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}} = -1$$

Lo mismo en y : $-\frac{3}{2}$

Punto Medio

$$P = \frac{y_2}{1+r} \quad r=1$$

$$x = \frac{r x_2 + x_1}{1+r}$$

Si r vale 1 entonces,

$$x = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

Ejercicio

El diámetro de una circunferencia está delimitado por los puntos $P_1(-2, 4)$ y $P_2(8, -6)$. Encuentre las coordenadas del centro de la figura

$$x = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

$$y = \frac{y_2 + y_1}{2}$$

$$x = \frac{8 - 2}{2}$$

$$y = \frac{-6 + 4}{2}$$

$$x = 3$$

$$y = \frac{-2}{2}$$

$$y = -1$$

Ej. Uno de los extremos de un segmento de recta es el $P_1(3, 2)$ y su punto medio es $(-3, 5)$. Determine el P_2

$$\bar{x} = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

$$y = \frac{y_2 + y_1}{2}$$

$$2x = x_2 + x_1$$

$$2y - y_2 = y_1$$

$$2x - x_2 = x_1$$

$$2(5) - (2) = y_1$$

$$2(-3) - 3 = x_1$$

$$-9 = x_1$$

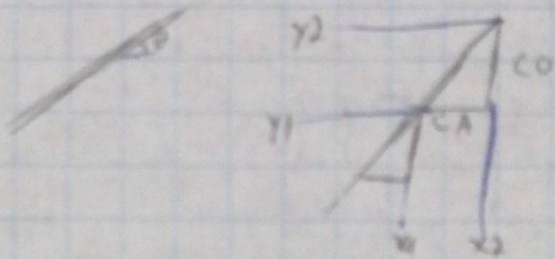
$$8 = y_2$$

La recta

Sucesión de puntos indefinida en la que todos ellos tienen la misma pendiente

$\theta =$ inclinación

Pendiente (m) $(\tan \theta)$



$$CA = x_2 - x_1$$

$$CO = y_2 - y_1$$

$$\tan = \frac{CO}{CA}$$

$$\tan = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplo

Ecuación de la recta

Para describir matemáticamente una recta se puede utilizar la siguiente expresión:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$$

Aplicando literales $P(x, y)$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ejemplo

En una carretera una señal indica a los conductores que más adelante hay una pendiente pronunciada; el letrero indica que hay una pendiente descendente del 12%.

a) Interprete la pendiente

b) Si la persona viaja 1000m horizontalmente ¿cuánto descenderá?

a) 12% se refiere a que son $\frac{12}{100} \rightarrow$ cuando $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

b) 120 mts hacia abajo

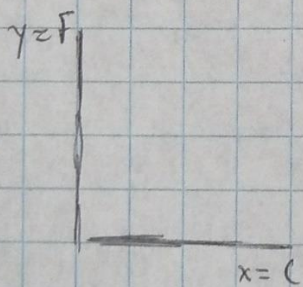
1- Verificar que los puntos A (-2, 4) y B (0, 1) y C (4, -5) son colineales, aplicando el criterio de la pendiente

$$\overline{AB} = \frac{4 - (-5)}{-2 - 4} \rightarrow \frac{9}{-6} \rightarrow \frac{3}{-2}$$

$$\overline{BC} = \frac{1 - (-5)}{0 - 4} \rightarrow \frac{6}{-4} \rightarrow \frac{3}{-2}$$

$$\overline{AC} = \frac{4 - 1}{-2 - 0} \rightarrow \frac{3}{-2}$$

2- La escala de temperatura Celsius y Fahrenheit se relacionan de manera lineal entre sí. En un experimento al nivel del mar se midió la temperatura de un bloque de hielo en su punto de fusión una marca de 0 y otra 32. Mientras que el agua en ebullición una marca de 100 y otra 212. Determinar la ecuación de la recta que relaciona a estas temperaturas



Puntos
 F = (0, 32)
 E = (100, 212)

Recta pendiente ordenada

$y = mx + b$
 m = pendiente
 b = punto que la pendiente intercepta al eje y

$$m = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = 1.8$$

Ec de la recta

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 32 = 1.8(x - 0)$$

$$y - 32 = 1.8x$$

$$y = 1.8x + 32$$

$$^{\circ}F = 1.8^{\circ}C + 32$$

x1 y y1 no son necesariamente los primeros, solo son para diferenciar

Encuentre, en su forma general la ecuación de la recta que pasa a través de los puntos $(5, -1)$ y $(-1, -2)$

$$P = (5, -1)$$

$$Q = (-1, -2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-2 - (-1)}{-1 - (5)} = \frac{-1}{-6} = \frac{1}{6}$$

Pend. Ordenada

$$y = mx + b$$

General

$$Ax + By + c = 0$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 1 = \frac{1}{6}(x - 5)$$

$$6y + 6 = -x + 5$$

$$\underline{x + 6y + 1 = 0}$$

04/10/2016

Ej. Encuentre la ec. de la recta que pasa por $(-1, 2)$ y $(2, -5)$

Expresa la ec. recta en su forma

a) General

b) Ordinaria (Pend. Ordenada)

c) Simétrica

$$m = \frac{-5 - 2}{2 - (-1)}$$

$$m = \frac{-7}{3}$$

$$y - 2 = -\frac{7}{3}(x - (-1))$$

a) $3y - 6 = -7x - 7 \rightarrow -7x - 7$
 $7x + 3y + 1 = 0$

b) $y = -\frac{7}{3}x + \frac{1}{3}$

c) $3y + 7x = -1$
 $\frac{7x}{-1} + \frac{3y}{-1} = \frac{-1}{-1}$

Ec. Canónica

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

General

$$Ax + By + c = 0$$

Pend. Ordenada

$$y = mx + b$$

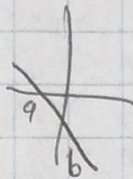
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Pasa a recíproca

$$\frac{x}{-1/4} + \frac{y}{-1/3} = 1$$

$$a = -\frac{c}{A}$$

$$b = -\frac{c}{B}$$



05/10/2016

Problema:

Un automóvil se mueve con una velocidad constante y recorre 60 km en $\frac{1}{2}$ hr, si ese mismo automóvil recorre 150 km en 1 hr y 15 min, encuentra la ecuación que relaciona la distancia "y" en km recorrida por el automóvil en términos del tiempo "x" en hrs

$$A = (60, .5) \rightarrow (.5, 60)$$

$$B = (150, 1.25) \rightarrow (1.25, 150)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{150 - 60}{1.25 - .5}$$

$$m = \frac{90}{.75}$$

$$m = 120$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 60 = \frac{90}{.75}(x - .5)$$

$$y - 60 = 120x - 60$$

$$y = 120x$$

Dando Ordenada

$$y = 120x +$$

2- El dueño de una papelería le compra a un proveedor 100 libretas, este le da un precio de \$12.50 ¢, pero si le compra 120 el precio de cada una disminuye 50 centavos, escriba la ecuación de la demanda

$$A = (100, 12.5)$$

$$B = (120, 12)$$

$$m = \frac{12 - 12.5}{120 - 100}$$

$$m = \frac{-0.5}{20}$$

$$y - 12.5 = \frac{-1}{40}(x - 100)$$

$$y - 12.5 = \frac{-x + 100}{40} + 12.5 \rightarrow y = -\frac{x}{40} + 2.5 + 12.5$$

$$y - 12.5 = \frac{-x + 100}{40}$$

$$y = -\frac{x}{40} + 15$$

3- Si una temp. de 20°C es 68°F y $50^{\circ}\text{C} = 122^{\circ}\text{F}$

Determinar la ecuación

$$A = (20, 68)$$

$$B = (50, 122)$$

$$m = \frac{122 - 68}{50 - 20}$$

$$m = \frac{54}{30}$$

$$m = 1.8$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 68 = 1.8(x - 20)$$

$$y - 68 = 1.8x - 36$$

$$y = 1.8x + 32$$

06/10/2016

Paralelismo y Perpendicularidad

Das rectas son paralelas si $m_1 = m_2$

Das rectas son perpendiculares si en su cruce forman 90°

$$\text{ó } m_1 \cdot m_2 = -1$$

Ej Paralelismo

Demuestra que los puntos $A(9, 2)$, $B(11, 6)$, $C(3, 5)$ y $D(1, 1)$ son los vértices de un paralelograma

$$\begin{aligned} \underline{AB} \rightarrow m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m &= \frac{6 - 2}{11 - 9} \\ m &= \frac{4}{2} \end{aligned}$$

$$\underline{AC} \rightarrow m = \frac{-3}{6}$$

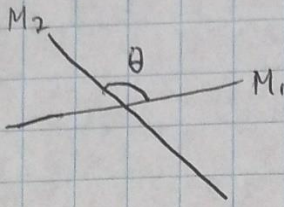
$$\underline{AD} \rightarrow m = \frac{1}{8}$$

$$\underline{BC} \rightarrow m = \frac{1}{8}$$

$$\underline{BD} \rightarrow \frac{5}{10}$$

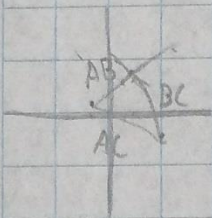
$$\underline{CD} \rightarrow m = \frac{4}{2}$$

Es Perpendicularidad



$$\tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + (m_1 \cdot m_2)}$$

1.- ¿Cuál es la medida de los ángulos interiores del triángulo de terminada por los puntos $A(-2, 1)$, $B(3, 4)$ y $C(5, -2)$



~~$$AC = m = \frac{-3}{7}$$~~

$$AC = m = \frac{-3}{7}$$

$$AB = m = \frac{3}{5}$$

$$BC = m = \frac{-6}{2}$$

$$\tan A = \frac{AB - AC}{1 + (AB \cdot AC)}$$

$$\tan B = \frac{\frac{-6}{2} - \frac{3}{5}}{1 + (-\frac{6}{2} \cdot \frac{3}{5})}$$

$$\tan A = \frac{\frac{18}{35}}{1 + (-\frac{9}{35})} \rightarrow \frac{26}{35}$$

$$\tan B = \frac{-18/5}{-4/5}$$

$$\tan A = \frac{36/35}{26/35}$$

$$\tan B = \frac{-18}{-4} \rightarrow \frac{18}{4}$$

$$\tan A = \frac{36}{26} \rightarrow \frac{18}{13}$$

$$B = 77.471$$

$$A = \tan^{-1} \frac{18}{13}$$

$$C = 180 - A + B$$

$$C = 48.367$$

$$A = 54.162$$

ste men
P. Hueso: V

10/10/2018

Solución de Triangulos

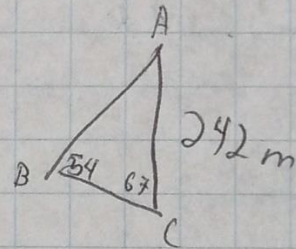
- T. Rectangulos
- T. Pitagoras Easy
- F. Trigonométricas Easy
- T. Acutangulos

Ley de Senos $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$

Ley de Cosenos $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \text{Cos } A$

Ejemplo:

1. El boceto de Jason del huerto triangular de su padre es el siguiente



$$A = 59$$

$$a = \frac{\text{Sen } A}{\text{Sen } B} = \frac{\text{Sen } B}{b}$$

$$\frac{.857}{.00334} = .00334$$

$$a = 256.4031$$

$$c = \frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$$

$$c = 275.3492$$

$$A = \frac{1}{2} ab \cdot \text{sen } C$$

$$A = \frac{1}{2} 242(275.34) \cdot \text{sen } 59$$

$$A = 28557.506$$

$$\frac{1}{2} 4 \cdot 3$$

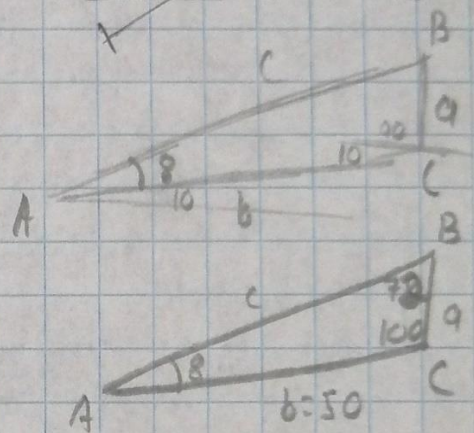
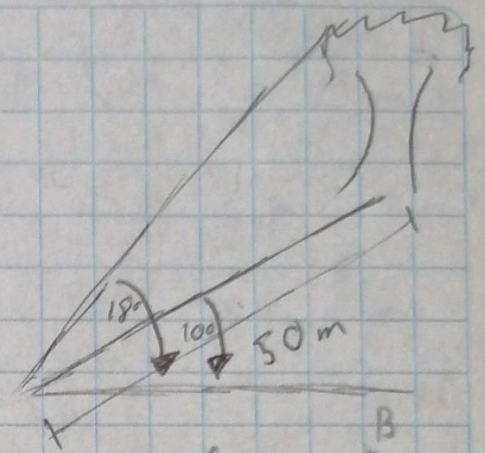
$$\frac{1}{2} 5 \cdot 3 \cdot 8$$

2- Encontrar la altura del árbol

$$\frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } A}{a}$$

$$\frac{\text{Sen } 78}{50} = \frac{\text{Sen } 8}{a}$$

$$\underline{7.317 \text{ m}}$$



11/10/2016

1- El jardín triangular ~~era~~ ABC tiene un ángulo CAB de 44° , AC tiene 8m de longitud y BC tiene 6m. Se requieren 10cm de profundidad de suelo.

- a) Explique por que ese men necesita más info
- b) ¿Cuál es el volumen de suelo que requerirá ese men?
- c) Falta la altura

$$\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} \rightarrow \frac{\text{Sen } 44}{6} = \frac{\text{Sen } B}{8}$$

$$67.85 = B$$

$$C = (67.85 + 44 - 180)$$

$$C = 68.2$$

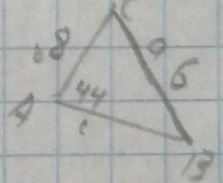
$$c = 8.02$$

$$\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } C}{c}$$

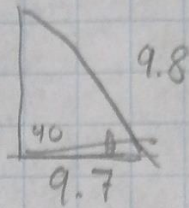
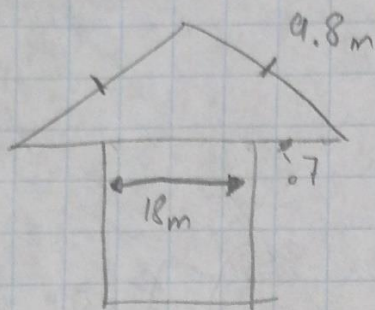
$$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \text{sen } 68.2$$

$$A = 22.2 \text{ m}^2$$

$$V = 2.22 \text{ m}^3$$



2

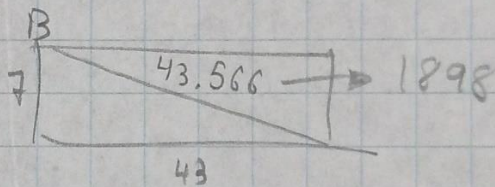
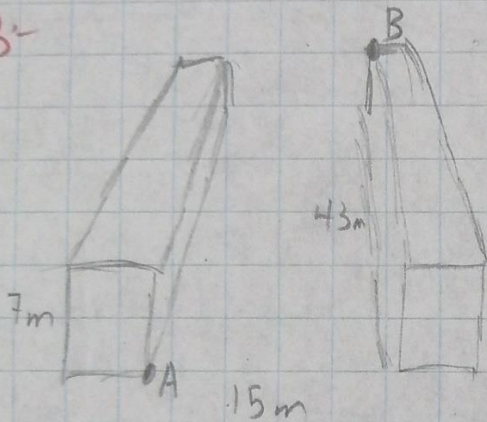


$$\cos \theta = \frac{9.7}{9.8}$$

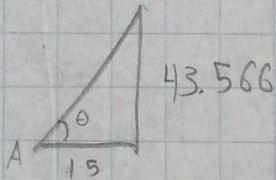
$$\cos \theta = .99$$

$$\theta = 11.47$$

3-



$$AB = 43.566$$

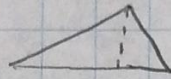
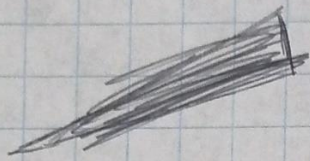


$$\tan A = \frac{7}{15}$$

$$A = 24.44^\circ$$

Lineas Significativas de Triangulos

Altura



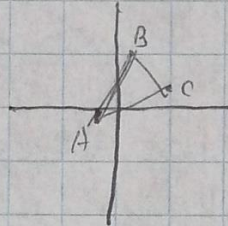
- Perpendicular a la base
- Cruza el vertice opuesto

Ej

$$A(-3, -1)$$

$$B(1, 5)$$

$$C(5, 3)$$



Considere las coord. anteriores

a) Calcular la ec. recta que representa la altura del segmento AC, asimismo la de AB

b) Calcular las coord. del ortocentro

a) AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = -2(x - 1)$$

$$y - 5 = -2x + 2$$

$$y = -2x + 7$$

AB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{2}{3}(x - 5)$$

$$y = -\frac{2x}{3} + \frac{19}{3}$$

$$AC_m = \frac{3 - (-1)}{5 - (-3)} \rightarrow AC_m = \frac{4}{8} \text{ ó } \frac{1}{2}$$

$$AB_m = \frac{5 - (-1)}{1 - (-3)} \rightarrow AB_m = \frac{6}{4} \text{ ó } \frac{3}{2}$$

O, ortocentro

igualación $-2x + 7 = -\frac{2x}{3} + \frac{19}{3} \rightarrow -6x + 21 = -2x + 19$

$$2 = 4x$$

igualación $-\frac{2x}{3} + \frac{19}{3} = -2x + 7 \rightarrow 25 = x + 57 + 6x - 21$

$$x = -2(5) + 7$$

$$x = -1 + 7$$

$$x = 6$$

$$O, ortocentro = (5, 6)$$

$$x = y + 2$$

$$x - y = 2$$

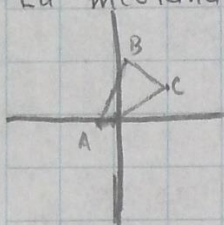
13/10/2016

1- Para el triángulo del ejemplo anterior, calcular ^{la eq. de} las mediatrices de BC y AC y determine la coordenada del circuncentro

Mediatriz



La altura es p. a la base y pasa por el vertice. * Orto-centro
 La mediatriz es p. a la base, no necesario pasar por vert. * Circuncentro
 La mediana va del pto medio al vertice opuesto * ~~Mediana~~ Baricentro



$$A(-3, -1)$$

$$B(1, 5)$$

$$C(5, 3)$$

$$\overline{AC} \rightarrow P_{1/2} = \frac{-3+5}{2}, \frac{-1+3}{2}$$

$$(1, 1)$$

$$m = \frac{1}{2}$$

$$ec = y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = -2(x - 1)$$

$$y = -2x + 3$$

$$\overline{BC} \rightarrow P_{1/2} = \frac{x_1+x_2}{2} \rightarrow \frac{1+5}{2}, \frac{5+3}{2}$$

$$3, 4$$

$$m = \frac{3-4}{5-1} \rightarrow \frac{-1}{4} \rightarrow -\frac{1}{4}$$

$$ec = y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -\frac{1}{4}(x - 3)$$

$$y = -\frac{x}{4} + \frac{11}{4} \rightarrow x + 4y - 11 = 0$$

Circuncentro: Sustitución

$$x + 2(-2x + 3) - 11 = 0$$

$$x - 4x + 6 - 11 = 0 \rightarrow -3x - 5 = 0 \rightarrow -3x = 5 \rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} y &= -2\left(-\frac{5}{3}\right) + 3 \\ y &= 6\frac{1}{3} \end{aligned} \right\}$$

14/10/2016

Mediana

Para el triángulo del ejemplo anterior, calcular las medianas de AB y AC y determine la coordenada del baricentro

$$A(-3, -1)$$

$$B(1, 5)$$

$$C(5, 3)$$

$$\overline{AB} = P_{1/2} = \frac{-3+1}{2}, \frac{-1+5}{2}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad x_1 = P_{1/2}$$

$$m = \frac{3-2}{5-(-1)}$$

$$m = \frac{1}{6} \rightarrow \text{Por } \frac{1}{6} \text{ que avanza en } x \text{ en } 6 \text{ y avanza } 1$$

$$ec = y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{1}{6}(x - (-1))$$

$$y - 2 = \frac{x}{6} + \frac{1}{6}$$

$$y = \frac{x}{6} + \frac{13}{6}$$

$$\overline{AC} = P_{1/2} = \frac{-3+5}{2}, \frac{-1+3}{2} \quad \begin{array}{l} x_1 P_{1/2} \\ x_2 B \end{array}$$

$$m = \frac{5-1}{1-1}$$

$$m = \frac{4}{0}$$

$$m = \text{Error}$$

La recta es TOTALMENTE vertical

$$ec = x = 1 \rightarrow x - 1 = 0$$

$$\text{Baricentro} = y = \frac{1}{6} + \frac{13}{6}$$

$$6y = 14$$

$$y = \frac{14}{6}$$

$$\overline{BC} = P \frac{1}{2} = \frac{1+5}{2} \quad \frac{5+3}{2}$$

3, 4

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{4 - (-1)}{3 - (-3)}$$

$$m = \frac{5}{6}$$

$$ec = y - 4 = \frac{5}{6} (x - 3)$$

$$ec = y - 4 = \frac{5x}{6} - \frac{15}{6}$$

$$ec = y = \frac{5x}{6} + \frac{9}{6}$$

$$\text{Basieren } ho = \frac{5x}{6} + \frac{9}{6} = \frac{x}{6} + \frac{13}{6}$$

$$5x + 9 = x + 13$$

$$4x = 4$$

$$x = \frac{4}{4}$$

$$x = 1$$

$$\frac{14}{15} \\ \frac{15}{9}$$

21/10/2016

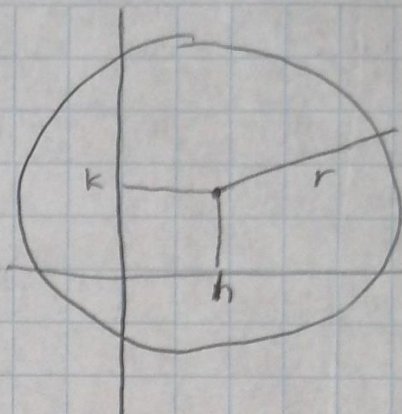
Circunferencia

Ec. Canonica

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$\left. \begin{matrix} h \\ k \end{matrix} \right\}$ Coordenadas del centro

$r =$ radio



Determine la ec. circunf. cuyo centro está en $(-3, 4)$ y $r = 5$

Demstrar que la circunferencia pasa a través del origen

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 25$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$$

Origen $(0,0)$

Si el centro = Origen

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Los puntos $A(-2, -4)$ y $B(8, 6)$ corresponden a los extremos del diámetro, determinar ec. circunf.

$$P'_{1/2} = \frac{x_2 + x_1}{2} \rightarrow \frac{8-2}{2}, \frac{6-4}{2}$$

$$d = \sqrt{5^2 + 5^2}$$

$$d = 7.071067$$

$$P'_{1/2} (3, 1)$$

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 50$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 = 50 \rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 2y = 39$$

24/10/2016

Ejercicio: Determine el centro y radio de las siguientes circunferencias

i) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 20 = 0$

$x^2 - 6x + y^2 + 8y + 20 = 0$

$(x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 8y + 16) = 5$

$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 5$

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$-h = -3$

$-k = 4$

$\therefore h = 3$

$\therefore k = -4$

ii) $5x^2 + 5y^2 - 2x - 30y + 42 = 0$

$5x^2 + 5y^2 - 2x - 30y + 42 = 0$

$x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{1}{5} + y^2 - 6y + 9 + \frac{4}{5} = 0$

$(x - \frac{1}{5})^2 + (y - 3)^2 = \frac{16}{25}$

$h = \frac{1}{5}$

$k = 3$

27/10/2016

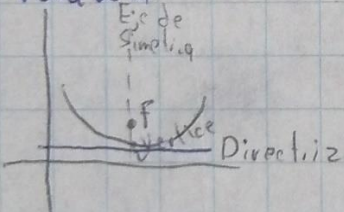
Parabola

Vertical

Horizontal

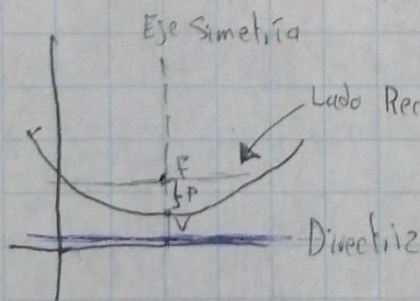
$(x - h)^2 = \pm 4p (y - k)$

$(y - k)^2 = \pm 4p (x - h)$



v=vertice (h, k)

Parabola es una figura geometrica formada por una sucesion de puntos en donde todos ellos equidistan de una recta llamada directriz y un punto denominado foco



$LR = 4p$

P = Parametro

F = Foco

V = Vertice (h, k)

Ejercicios

1- Determinar la ec. general de una parábola cuyo vértice y foco son los puntos $(-4, 3)$ y $(-1, 3)$ respectivamente

Es horizontal

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

$$p=3$$

$$V(-4, 3)$$

$$F(-1, 3)$$

$$(y-3)^2 = 4(3)(x-(-4))$$

$$y^2 - 6y + 9 = 12(x+4)$$

$$y^2 - 6y + 9 = 12x + 48$$

$$y^2 - 12x - 6y - 39 = 0$$

2- La directriz de una ~~parábola~~ ^{es} parábola de una recta $y-1=0$ y el foco es $(4, -3)$. Hallar su ecuación $y=1$

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

$$p=2$$

$$(x-4)^2 = -4(2)(y-(-1))$$

$$V=(4, -1)$$

$$x^2 - 8x + 16 = -8(y+1)$$

$$F=(4, -3)$$

$$x^2 - 8x + 16 = -8y - 8$$

$$x^2 - 8x + 8y + 24 = 0$$

3- Una parábola vertical positiva tiene su vértice en $-6, -1$ y el LR=3.

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

$$V = -6, -1$$

$$(x-(-6))^2 = 3(y-(-1))$$

$$p = 3/4$$

$$(x+6)^2 = 3(y+1)$$

$$x^2 + 12x + 36 = 3y + 3$$

$$x^2 + 12x - 3y + 33 = 0$$

4- De las siguientes parábolas determine los puntos v, f, d , es y los extremos de LR

$$y^2 + 8y + 20x + 56 = 0$$

$$V = (-2, -4)$$

$$(y+4)^2 + 20x + 40 = 0$$

$$F = (-7, -4)$$

$$(y+4)^2 = -20(x+2)$$

$$d = x = 3$$

$$(y+4)^2 = (-4)(5)(x+2)$$

$$es = y = -4$$

$$LR = (-7, 6)$$

$$(-7, -14)$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ -36 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$5 - x^2 - 12x + 16y + 68 = 0$$

$$(x-6)^2 = -16y - 32$$

$$(x-6)^2 = -16(y-2)$$

$$(x-6)^2 = -4(4)(y+2)$$

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

$$V = (6, -2)$$

$$F = (6, -6)$$

$$d = y = 2 \rightarrow y - 2 = 0$$

$$es = x = 6 \rightarrow x - 6 = 0$$

$$LR = (14, -6)$$

$$(-2, -6)$$

Eje focal = Eje simetría

6:

3/11/2016

Elipse