UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE AGUASCALIENTES

PROGRAMA DE CURSO

(FORMACION DISCIPLINARIA)

1. Datos de identificación

CENTRO DE EDUCACIÓN MEDIA	**Departamento:** Matemáticas y Física.	
	Área Académica: Matemáticas.	
BACHILLERATO GENERAL CURRÍCULO POR COMPETENCIAS 2015	**Nombre de la materia:** Geometría y Trigonometría	**Tipo de experiencia educativa:** Disciplinaria.
	Clave de la materia: 23603	**Modalidad en que se imparte:** Presencial
	Créditos: 6	**Área Curricular:** Matemáticas
	Total de horas: 80	
	Semestre: Segundo	
	Periodo en que se imparte: Enero – Junio 2016	**Nivel de complejidad:** 1
	Validado por la academia de: Matemáticas	**Fecha de validación del programa:** Diciembre 2015

2. Fundamentación

México es actualmente un país de jóvenes, lo cual implica mayores retos en todos los ámbitos de preparación para enfrentar el porvenir, ya que ellos serán los promotores del cambio social, cambio en el que la educación debe cubrir de manera suficiente y eficiente esta demanda. Estamos hablando de un momento en el que entran en juego una multiplicidad de factores que influyen en el joven para que tome decisiones, por lo que es importante brindarle elementos que le permitan hacerlo con responsabilidad y orientación.

El contexto socioeducativo en que vivimos determina una época en la cual la ciencia y la tecnología son elementos de la educación para el desarrollo de la sociedad, y están presentes en la vida cotidiana; por lo que se hace necesaria una formación científica básica que permita al joven comprender el mundo y desenvolverse en él. Por lo tanto, en este contexto, la propuesta educativa debe satisfacer la necesidad de una alfabetización científica y tecnológica y una educación matemática, promoviendo el conocimiento y la reflexión en el estudiante de bachillerato ante la ciencia y los aportes de la misma.

Para atender lo anterior, el curso de Geometría y Trigonometría se presenta con una estructura curricular, lógica y secuencial, se divide en unidades de aprendizaje que giran en torno al ámbito conceptual, en el que los estudiantes muestran un pensamiento matemático riguroso y preciso en lo que a las redes conceptuales pertinentes a este nivel educativo se refiere, atendiendo de manera transversal la comunicación eficiente de los conceptos, modelos y procedimientos matemáticos para el planteamiento y la resolución de problemas de carácter geométrico y trigonométrico; así como la reflexión en cuanto a la actitud ética que debe mostrar, el desarrollo histórico de la matemática y la forma en cómo él emplea y mejora sus procesos de razonamiento y abstracción.

El desempeño que se espera de los estudiantes deberá ser con calidad, responsabilidad y reflexión y un avance más hacia su independencia como sujeto que aprende, realizando actividades diversas con un mayor dominio de saberes y movilización de los mismos. Esta materia se ubica en el segundo semestre dado que los saberes procedimentales y declarativos que se desarrollan en la misma, que incluyen la aplicación de los triángulos y las razones trigonométricas; permitirán a los estudiantes abordar de manera adecuada las competencias disciplinares requeridas en las materias de Geometría Analítica y Cálculo, así como en las materias de Física. Para acceder de manera óptima a este curso, los estudiantes deberán mostrar competencias previas asociadas al dominio de la aritmética, el álgebra y saberes declarativos básicos de la geometría plana.

3. Competencias a desarrollar

Competencias genéricas que se atienden:	
CGI 4	Expresa ideas y conceptos, en distintos contextos, de manera adecuada usando el lenguaje matemático, lógico y/o los propios de cada disciplina.
CGS1	Propone alternativas para la solución de problemas y desarrolla proyectos personales y en equipo con un espíritu emprendedor.
CGS2	Trabaja tanto colaborativamente como de forma independiente asumiendo responsablemente las tareas que le corresponden.

Competencias disciplinares básicas que se atienden:		
ÁMBITO	**Subcompetencias**	
	Saberes procedimentales	Saberes declarativos
CONCEPTUAL		
	UNIDAD DE APRENDIZAJE 1 (12 HORAS)	
Muestra un pensamiento matemático en el que emplea de forma rigurosa y precisa los principales conceptos matemáticos pertinentes al estudiante de este nivel educativo.	▪ Explica el concepto de logaritmo de diferentes bases. ▪ Utiliza correctamente el lenguaje algebraico, geométrico y trigonométrico. ▪ Identifica la simbología propia de la geometría y la trigonometría. ▪ Identifica correctamente las unidades para medir ángulos.	▪ Concepto de logaritmo. ▪ Simbología para representar logaritmos. ▪ Logaritmos base diez y base e. ▪ Propiedades de los logaritmos. ▪ Conversión de logaritmos de diferente base. ▪ Definición de axioma, teorema, postulado y ley. ▪ Postulados de la recta. ▪ Simbología para representar, lados, ángulos, perímetros y áreas. ▪ Conceptos básicos de geometría euclidiana. ▪ Concepto de ángulo y su clasificación. ▪ Sistemas de medición angular y sus interrelaciones. ▪ Elementos de la circunferencia. ▪ Longitud de arco.
	UNIDAD DE APRENDIZAJE 2 (14 HORAS)	
	▪ Emplea de manera sistemática conceptos geométricos y trigonométricos en problemas cotidianos. ▪ Identifica la simbología propia de la geometría y la trigonometría.	▪ Simbología para representar los elementos de un triángulo. ▪ Triángulos y su clasificación. ▪ Teoremas generales de los triángulos. ▪ Rectas notables del triángulo. ▪ Semejanza y congruencia. ▪ Teorema de Pitágoras.

	▪ Utiliza correctamente el lenguaje algebraico, geométrico y trigonométrico.	▪ Razones trigonométricas de triángulos rectángulos. ▪ Funciones recíprocas y complementarias. ▪ Funciones trigonométricas directas e inversas. ▪ Valores de las funciones trigonométricas de ángulos particulares (30°, 45° y 60°). ▪ Metodología de resolución de triángulos rectángulos. ▪ Aplicaciones de triángulos rectángulos.
	UNIDAD DE APRENDIZAJE 3 (10 HORAS)	
	▪ Utiliza correctamente el lenguaje algebraico, geométrico y trigonométrico. ▪ Identifica la simbología propia de la geometría y la trigonometría.	▪ Círculo trigonométrico. ▪ Funciones trigonométricas para cualquier valor del ángulo. ▪ Ángulos positivos y negativos, cuadrangulares, coterminales y simétricos. ▪ Gráfica de las funciones trigonométricas básicas.
	UNIDAD DE APRENDIZAJE 4 (12 HORAS)	
	▪ Utiliza correctamente el lenguaje algebraico, geométrico y trigonométrico. ▪ Identifica la simbología propia de la geometría y la trigonometría. ▪ Identifica las unidades para medir ángulos. ▪ Emplea de manera sistemática conceptos geométricos y trigonométricos en problemas cotidianos.	▪ Clasificación de triángulos oblicuángulos. ▪ Metodología de resolución de triángulos oblicuángulos mediante la división en triángulos rectángulos. ▪ Teorema de senos. ▪ Teorema de cosenos. ▪ Aplicaciones.
	UNIDAD DE APRENDIZAJE 5 (14 HORAS)	
	▪ Identifica la simbología propia de la geometría y la trigonometría. ▪ Identifica las unidades para medir ángulos. ▪ Clasifica adecuadamente las identidades trigonométricas.	▪ Concepto de identidad. ▪ Deducción de las identidades básicas. ▪ Identidades de ángulos compuestos. ▪ Expresiones trigonométricas equivalentes. ▪ Comprobación mediante procedimientos algebraicos.
	UNIDAD DE APRENDIZAJE 6 (18 HORAS)	
	▪ Identifica ecuaciones trigonométricas. ▪ Da solución a ecuaciones trigonométricas. ▪ Analiza las soluciones de las ecuaciones trigonométricas. ▪ Interpreta la solución de una ecuación trigonométrica.	▪ Concepto de ecuación trigonométrica. ▪ Diferencia entre identidad y ecuación trigonométrica. ▪ Algoritmos para la solución de ecuaciones trigonométricas.

DISCURSIVO		
2. Comunica eficientemente los conceptos y procedimientos matemáticos utilizados en la resolución de problemas que se trabajan propios de este nivel educativo, así como sus resultados.	▪ Emplea el lenguaje de la geometría y trigonometría para analizar conceptos de uso habitual. ▪ Argumenta de manera clara, utilizando elementos y razonamientos geométricos y trigonométricos. ▪ Se expresa, correctamente, en forma oral y escrita, utilizando conceptos algebraicos, geométricos y trigonométricos.	▪ Los saberes y sus relaciones identificados en la competencia 1.
DE LA ACCIÓN		
3. Emplea los modelos matemáticos para representar adecuadamente diferentes situaciones y problemas.	**UNIDAD DE APRENDIZAJE 1**	
	▪ Identifica situaciones, estrategias y recursos adecuados para la solución de problemas. ▪ Realiza adecuadamente conversión de medidas angulares. ▪ Deduce correctamente las principales identidades trigonométricas.	▪ Los saberes y sus relaciones identificados en la competencia 1.
5. Transfiere conceptos matemáticos para interpretar fenómenos y situaciones en el contexto de otras disciplinas, así como de la vida real.	▪ Traslada una situación real a lenguaje matemático y distingue la información relevante. ▪ Utiliza el lenguaje trigonométrico para representar y resolver problemas de los contenidos temáticos de otras disciplinas.	▪ Los saberes y sus relaciones identificados en la competencia 1.
DE LA REFLEXIÓN		
	UNIDADES DE APRENDIZAJE 1-6	
Ética 7. Tiene una perspectiva ética sobre el manejo y uso de la información matemática.	▪ Analiza adecuadamente su comportamiento frente a la solución de problemas desde la perspectiva matemática, asumiendo su responsabilidad como miembro de una sociedad. ▪ Genera opiniones y juicios de valor responsables, procurando el bien común, con base en conocimientos matemáticos acordes a su nivel.	▪ Los saberes y sus relaciones identificados en la competencia 1, de acuerdo a la unidad.

4. Metodología de enseñanza

En la impartición de esta materia, el Profesor se enfocará en el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares dentro de los ámbitos conceptual, discursivo, de la acción y la reflexión, lo que implica que los saberes declarativos deberán estar en función de los procedimentales, de tal forma que se abordan de manera integral las distintas competencias.
El docente deberá facilitar el logro de las competencias del curso mediante el diseño de experiencias de aprendizaje adecuadas así como del seguimiento y retroalimentación correcta y oportuna al trabajo del estudiante.

La estrategia de enseñanza que se propone considera que los estudiantes incrementen y mejoren sus habilidades de pensamiento, desarrollando su capacidad para aprender de manera significativa, así como sus hábitos de estudio; en consecuencia, el profesor pondrá énfasis en la construcción del aprendizaje de saberes asociados a los contenidos temáticos de la geometría y la trigonometría, el desarrollo de la capacidad de pensamiento abstracto y relacional así como el proceso de la meta cognición.

Para lograr lo anterior, el profesor utilizará diversos métodos de enseñanza: Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), Resolución de Ejercicios (RE), Expositivo, y otros que considere oportunos. Las experiencias de aprendizaje, que de aquí se derivan, corresponden a un nivel de complejidad en el cual el estudiante domina y moviliza saberes de mayor grado y el profesor lo conduce promoviendo su autonomía. Los recursos didácticos que se podrán utilizar son los resúmenes, tareas, cuadros comparativos, mapas cognitivos, simulación grafica de los problemas y algunos de naturaleza tecnológica como blogs, wikis y foros.

El portafolio será una herramienta tanto de aprendizaje como evaluación. El profesor podrá incorporar otros recursos de apoyo didáctico que considere oportunos para resolver situaciones no previstas en la planeación inicial. Para promover el aprendizaje de los estudiantes, estos deberán actuar tanto de manera individual como grupal y en equipos para fortalecer un proceso de trabajo que propicie la verbalización de sus habilidades y actitudes colaborativas de aprendizaje.

5. Evaluación de competencias

Se realizarán tres tipos de evaluación:

1. Evaluación diagnóstica al inicio del curso para identificar los desempeños en saberes procedimentales y declarativos de los estudiantes mediante un examen escrito, cuyo contenido verse sobre factorización, fracciones y ecuaciones de primer y segundo grado, conceptos básicos de geometría plana.

2. Evaluación formativa – sumativa procesual para retroalimentar los desempeños al término de cada unidad de aprendizaje.

3. Evaluación sumativa final que integra las ponderaciones acumuladas en cada evaluación formativa para fundamentar el juicio de acreditación en el curso.

Los criterios de desempeño, las producciones y sus respectivas ponderaciones se muestran en la tabla siguiente:

CRITERIO DE DESEMPEÑO	EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DESEMPEÑOS Y/OPRODUCCIONES	PONDERACIÓN (%)
El estudiante muestra un pensamiento matemático en el que emplea de forma rigurosa y precisa los principales conceptos de Estadística y Probabilidad; comunica eficientemente dichos conceptos y procedimientos empleados en la resolución de problemas y realiza transferencias a situaciones escolares y de la vida cotidiana. En sus desempeños muestra una perspectiva ética en el manejo y uso de información matemática y reflexión sobre cómo se construye el conocimiento en éstas disciplinas así como el desarrollo de su propio proceso de aprendizaje.	Tareas y Participación activa y disciplinada.	15
	Portafolios de evidencias de aprendizaje indicadas (tareas, ejercicios).	10
	Examen escrito por unidad.	75
	TOTAL	**100**

Además, se favorecerán prácticas de autoevaluación y coevaluación mismas que se verificarán como parte del portafolio. Todos estos indicadores permitirán tomar decisiones de ajuste o mejora del proceso de aprendizaje. Para la acreditación del curso, el estudiante deberá aprobar todas y cada una de las unidades de aprendizaje. En caso de reprobar 1 o 2 unidades, estas, las podrá presentar al término del curso en el examen de recuperación.

6. Fuentes de consulta

1) Básicas.
   a) Linkográficas.

Academia de Matemáticas (2015), CEM-UAA. *Apuntes de Matemáticas II*. Aguascalientes, México. Disponible en: http://matematicas.bach.uaa.mx/.

2) Complementarias.
   a) Bibliográficas.

Anfossi, A. y Flores Meyer, M. A. (2001). *Trigonometría Rectilínea*. México: Progreso.
Ayres, F. Jr. y Moyer, R. E. (1990). *Trigonometría*. México: McGraw – Hill (serie SCHAUM
Landaverde, F. (1997). *Geometría*. Bachillerato. México: Progreso.
Leithold, L. (2006). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. México: Oxford, University Press.
Niles, N. O. (2000). *Trigonometría Plana*. México: LIMUSA.
Swokowski y Cole. (2005). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. México. Thomson Learning.

   b) Linkográficas.

Gobierno de España. Ministerio de Educación. Descartes. Matemáticas interactivas. Disponible en: http://recursostic.educacion.es/descartes/web/

25
25
25
75

20
25
50

75

Lunes /25/01/16

Materia: Geometria y Trigonometria
Docente: Sergio Hernandez de Lira

Evaluación:
Participación 5%
Portafolio 10%
Examen 75%

Trigonometrío: Estudio y medición de los triangulos Inventado por los griegos que buscaban saber con exactitud la medida de los ángulos
Geometrio: Estudio de las figuras geometricas, sus propiedades medidas y formas
Punto: Todo aquello que tiene posición y carece de dimensiones
Linea: Sucesión de puntos que se prolongan hasta el infinito
Semirecta: Porción de recta limitada hacia una dirección
Segmento: Porción de recta limitada por 2 puntos no coincidentes

¿Que es un logaritmo? Es un exponente
Recurrimos a la potenciación para explicar la logaritmación

Exponente
$2^3 = 8$ ← Potencia
Base

$\log_2 8 = 3$ Logaritmo
Base del logaritmo
Numero del logaritmo

Ejemplo: $\log_{10} (100) = 2 \rightarrow 10^2 = 100$
$\log_{10} (1000) = 3 \rightarrow 10^3 = 1000$
$\log_{10} (0.01) = -2 \rightarrow 10^{-2} = .01$
$\log_2 (8) = 3 \rightarrow 2^3 = 8$
$\log_2 (32) = 5 \rightarrow 2^5 = 32$
$\log_2 (.25) = -2 \rightarrow 2^{-2} = .25$

Logaritmos comunes o de Briggs: Son logaritmos con base 10, el logaritmo de cualquier numero esta formado por una parte entera que se llama caracteristica y otro decimal llamado mantisa

Logaritmos naturales: Cuando la base de los logaritmos es el numero $e = 2.71828$ resulta el logaritmo natural

$e^{\ln x} = x$ $\ln e^{x} = x$

Entonces

$\ln 1 = 0$
$\ln e = 1$
$\ln e^2 = 2$
$\ln \frac{1}{e} = \ln e^{-1} = -1$

Propiedades de los logaritmos:
Los logaritmos nos brindan gran ayuda para simplificar grandes calculos y resolver ecuaciones que no son faciles de solucionar por los metodos algebraicos. Para poder usarlos requerimos ciertas propiedades:
1- $\log_b (M \cdot N) = \log_b (M) + \log_b (N)$
2- $\log_b (M/N) = \log_b (M) - \log_b (N)$
3- $\log_b (M^x) = x \log_b (M)$ para cualquier no real $= x$

Resuelve la siguiente ecuacion

$2^x = 5$
$\ln 2^x = \ln 5$
$x \ln 2 = \ln 5$
$x = \frac{\ln 5}{\ln 2}$

$x = \frac{1.6094}{.6931}$

$x = 2.3220$

Martes / 26/01 /2016

El Numero "E"

El numero e es la base de los logaritmos naturales y es sin duda el numero mas importante del campo del cálculo. Aproximadamente su valor es:

$$2.718281828459 04\ldots$$

El numero e aparece en muchas ocasiones en problemas que uno no entiende bien aunque no quieras usarlo.

Tras muchas apariciones de este numero, hubo gente que empezó a experimentar la formula y llegaron a la conclusión donde su formula es el límite, de la siguiente manera:

$$e = \lim_{x \to \infty}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x}$$

"Entre mayor sea x mas exacto será e"

Con esta ecuación, fue la primera vez que se definió un numero mediante un limite

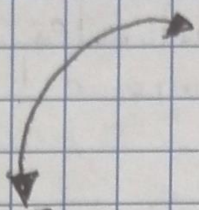
La expresión anterior tambien puede escribirse como:

$$e = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{1}{x!}$$

que desarrollada es:

$$e = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} \ldots = 2.718281828 4\ldots$$

Curva: Es aquella línea que no tiene partes rectas



Arco: Porción de curva limitada por 2 puntos no coincidentes

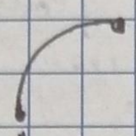
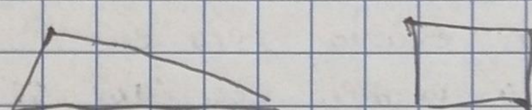
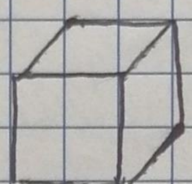


Figura Geométrica: Extensión limitada por puntos líneas y superficies



Cuerpo Sólido: Todo aquello que ocupa un lugar en el espacio y posee 3 dimensiones



2- Encuentra el valor de x en la ecuación

$4^{x-1} = 3.2$

$$4^{x-1} = 3.2$$
$$\ln 4^{x-1} = \ln 3.2$$
$$(x-1)\ln 4 = \ln 3.2$$
$$x \ln 4 - \ln 4 = \ln 3.2$$
$$x \ln 4 = \ln 3.2 + \ln 4$$
$$x = \frac{\ln 3.2 + \ln 4}{\ln 4}$$
$$x = \frac{1.1631 + 1.3862}{1.3862} \qquad x = \frac{2.5493}{1.3862} \qquad x = 1.8390$$

Encuentra el valor de y

$y = \log_3 4 + \log_3 5 - \log_3 2$

$y = (\log_3 4 + \log_3 5) - \log_3 2$

$y = \log_3 (4 \cdot 5)$

$y = \log_3 20 - \log_3 2$

$y = \log_3 (20 \div 2)$

$y = \log_3 10 \rightarrow 3^y = 10 \rightarrow \ln 3^y = \ln 10$

$y \ln 3 = \ln 10$

$y = \dfrac{\ln 10}{\ln 3}$

$y = \dfrac{2.3025}{1.0986}$

$y = 2.09584$

Hallar el valor de x

$2^{x+3} = 3^{1-2x}$

$\ln 2^{x+3} = 3^{1-2x}$

$(x+3)\ln 2 = (1-2x)\ln 3$

$x\ln 2 + 3\ln 2 = \ln 3 - 2x\ln 3$

$x\ln 2 + 2x\ln 3 = \ln 3 - 3\ln 2$

$x(\ln 2 + 2\ln 3) = \ln 3 - 3\ln 2$

$x = \frac{\ln 3 - 3\ln 2}{\ln 2 + 2\ln 3} \rightarrow x = \frac{1.0986 - 2.0794}{.6931 + 2.1972}$

$x = \frac{-0.98}{2.8903}$

$x = -.3390$

Tarea

1.- $4^x = 21$

$\ln 4^x = \ln 21$

$x \ln 4 = \ln 21$

$x = \frac{\ln 21}{\ln 4}$ $\quad x = \frac{3.0445}{1.3862}$ $\quad x = 2.1961$

2.- $5^{x-1} = 12$

$\ln 5^{x-1} = \ln 12$

$(x-1)\ln 5 = \ln 12$

$x \ln 5 - \ln 5 = \ln 12$

$x \ln 5 = \ln 12 + \ln 5 \rightarrow x \ln 5 = 2.48 + 1.609 \rightarrow x = \frac{4.089}{\ln 5 = 1.609} \rightarrow x = 2.540$

3.- $3^{2-x} = 5$

$\ln 3^{2-x} = \ln 5$

$(2-x)\ln 3 = \ln 5$

$2\ln 3 - x\ln 3 = \ln 5$

$-x \ln 3 = \ln 5 - 2\ln 3$

$-x \ln 3 = 1.6094 - 2.1972$

$-x \ln 3 = -.5878$

$-x = \frac{-.5878}{\ln 3}$

$-x = \frac{-.5878}{1.0986}$ $\quad -x = -.5350$ $\quad x = .5350$

SCOOL

4- $\cancel{2^{x+3}}$ $2^{x+3} = 3^{x-2}$

$\ln 2^{x+3} = \ln 3^{x-2}$

$(x+3)\ln 2 = (x-2)\ln 3$

$x\ln 2 + 3\ln 2 = x\ln 3 - 2\ln 3$

$x\ln 2 - x\ln 3 = -2\ln 3 - 3\ln 2$

$x(\ln 2 - \ln 3) = -2.1972 - 2.0794$

$x = \dfrac{-4.276}{-.4054}$

$x = 10.547$

5: $4^{2x-1} = 5^{2-3x}$

$\ln 4^{2x-1} = \ln 5^{2-3x}$

$(2x-1)\ln 4 = (2-3x)\ln 5$

$2x\ln 4 - \ln 4 = 2\ln 5 - 3x\ln 5$

$2x\ln 4 + 3x\ln 5 = 2\ln 5 + \ln 4$

$2x\ln 4 + 3x\ln 5 = 3.218 + 1.3862$

$x(2\ln 4 + 3\ln 5) = 4.6042$

$x = \dfrac{4.6042}{2.772 + 4.82} \rightarrow x = \dfrac{4.6042}{7.592} \rightarrow x = 0.6064$

Propiedad

Si $\log_b x = \log_b y$

$x = y$

Esta propiedad se puede afirmar que se anulan los logaritmos de misma base en una igualdad

Ejercicio Encuentra el valor de x

$$\log_4 (x+1) - \log_4 (1-x) = \log_4 2$$

$$\log_4 \frac{(x+1)}{1-x} = \log_4 2$$

$$\frac{x+1}{1-x} = 2$$

$$x+1 = 2(1-x)$$

$$x+1 = 2-2x$$

$$x+2x = 2-1$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Encuentra el valor de x

$2\log_5(x-4) - \log_5(x+8) = 0$

$\log_5(x-4)^2 = \log_5(x+8)$

$(x-4)^2 = x+8$

$x^2 - 8x + 16 = x + 8$

$x^2 - 8x - x + 16 - 8 = 0$

$x^2 - 9x + 8 = 0$

$(x-8)(x-1)$

$x = 8$

$x = 1$

Encuentra el valor de x

$2\log_2 x + \log_2(\frac{1}{32}) = 3\log_2 x - 3\log_2 2$

$\log_2 x^2 + \log_2(\frac{1}{32}) = \log_2 x^3 - \log_2 2^3$

$\log_2 \frac{x^2 \cdot 1}{32} = \log_2 \frac{x^3}{8}$

$\frac{x^2}{32} = \frac{x^3}{8}$

$\frac{x^2 \cdot 8}{32} = x^3 \rightarrow \frac{8}{32} = \frac{x^3}{x^2} \rightarrow \frac{1}{4} = x$

Determina el valor de x

$\log_2(x-3) - \log_2(2x+1) = -\log_2 4$

$\log_2 \frac{x-3}{2x+1} = -\log_2 4$

$\log_2 \frac{x-3}{2x+1} = \log_2 4^{-1}$

$\frac{x-3}{2x+1} = 4^{-1}$

$\frac{x-3}{2x+1} = \frac{1}{4}$

$4(x-3) = 2x+1$

$4x - 12 = 2x + 1$

$4x - 2x = 13$

$2x = 13 \rightarrow x = 6.5$

Tarea (heading struck)

$\log_3 x + \log_3 (10 - x) = \log_3 21$

$\log_3 (10x - x^2) = \log_3 21$

$10x - x^2 = 21$

$0 = x^2 - 10x + 21$

$0 = (x - 7)(x - 3)$

$x = 7$

$x = 3$

Tarea

1- $\log_5 (x+2) - 2\log_5 x = 0$

2- $\log_5 (2x+1) + \log_5 (1-3x) = \log_5 6$

3 $\log_3 (x+3) - \log_3 (1+x^2) = \log_3 2$

1- $\log_5 (x+2) - 2\log_5 x = 0$

$\log_5 (x+2) = 2\log_5 x$

$\log_5 (x+2) = \log_5 x^2$

$(x+2) = x^2$

$0 = x^2 - x - 2$

$0 = (x-2)(x+1)$

$x = 2$

$x = -1$

2- $\log_5 (2x+1) + \log_5 (1-3x) = \log_5 6$

$\log_5 \dfrac{2x+1}{1-3x} = \log_5 6$

$2x + 1 = 6 + 18x$

$20x = 5$

$x = \dfrac{1}{4}$

$a^{\log_a x}$

3- $\log_3(x+3) - \log_3(1+x^2) = \log_3 2$

$3^{\log_3 \frac{(x+3)}{1+x}} - 3^{\log_3(1+x^2)} = 3^{\log_3 2}$

$(x+3) - (1+x^2) = 2$

$x+3-1-x^2 = 2$

$0 = x^2 - x$

$0 = x(x-1)$

$0 = x-1$

$1 = x$

$x = 1$

$x = 0$

$\log_3 \frac{(x+3)}{1-x^2} = \log_3 2$

$\frac{x+3}{1-x^2} = 2$

$x+3 = 2-2x^2$

$2x^2+x+1=0$

$(2x)^2+2(x)+2=0$

$(2x+2)(2x+1)=$

$(x+1)$

$2x^2+x+2x+1$

$2x^2+3x+1$

$\frac{x+3}{(1+x)^2} = 2$

$x+3 = 2+2x^2$

$0 = 2x^2-x-1$

$0 = (2x)^2-1(2x)-2$

$0 = (2x-2)(2x+1)$

$0 = (x-1)(2x+1)$

Alumno: Joel Alejandro Espinoza Sánchez

Grupo: 2° B

Miercoles/27/01/16

Tarea

10

entregada

1.- $4^x = 21$

$\ln 4^x = \ln 21$

$x \ln 4 = \ln 21$

$x = \frac{\ln 21}{\ln 4}$

$x = \frac{3.0445}{1.3862}$

$x = 2.1961$

2.- $5^{x-1} = 12$

$\ln 5^{x-1} = \ln 12$

$(x-1)\ln 5 = \ln 12$

$x \ln 5 - \ln 5 = \ln 12$

$x \ln 5 = \ln 12 + \ln 5$

$x \ln 5 = 2.48 + 1.609$

$x = \frac{4.089}{\ln 5}$

$x = \frac{4.089}{1.609}$

$x = 2.540$

3.- $3^{2-x} = 5$

$\ln 3^{2-x} = \ln 5$

$(2-x)\ln 3 = \ln 5$

$2\ln 3 - x\ln 3 = \ln 5$

$-x\ln 3 = \ln 5 - 2\ln 3$

$-x\ln 3 = 1.6094 - 2.1972$

$-x\ln 3 = -.5878$

$-x = \frac{-.5878}{\ln 3}$

$-x = \frac{-.5878}{1.0986}$

$-x = -.5350$

$x = .5350$

SCOOL

4.- $2^{x+3} = 3^{x-2}$

$\ln 2^{x+3} = \ln 3^{x-2}$

$(x+3)\ln 2 = (x-2)\ln 3$

$x\ln 2 + 3\ln 2 = x\ln 3 - 2\ln 3$

$x\ln 2 - x\ln 3 = -2\ln 3 - 3\ln 2$

$x(\ln 2 - \ln 3) = -2.1972 - 2.0794$

$x = \frac{-4.276}{\ln 2 - \ln 3}$

$x = \frac{-4.276}{-.4054}$

$x = 10.547$

5.- $4^{2x-1} = 5^{2-3x}$

$\ln 4^{2x-1} = \ln 5^{2-3x}$

$(2x-1)\ln 4 = (2-3x)\ln 5$

$2x\ln 4 - \ln 4 = 2\ln 5 - 3x\ln 5$

$2x\ln 4 + 3x\ln 5 = 2\ln 5 + \ln 4$

$2x\ln 4 + 3x\ln 5 = 3.218 + 1.3862$

$x(2\ln 4 + 3\ln 5) = 4.6042$

$x = \frac{4.6042}{2\ln 4 + 3\ln 5}$

$x = \frac{4.6042}{2.772 + 4.82}$

$x = \frac{4.6042}{7.592}$

$x = .6064$

Tarea

1- $\log_5(x+2) - 2\log_5 x = 0$

$\log_5(x+2) = 2\log_5 x$

$\log_5(x+2) = \log_5 x^2$

$x+2 = x^2$

$0 = x^2 - x - 2$

$0 = (x-2)(x+1)$

$x = 2$

$x = -1$

? 2- $\log_5(2x+1) + \log_5(1-3x) = \log_5 6$

$5^{\log_5(2x+1)} + 5^{\log_5(1-3x)} = 5^{\log_5 6}$

$2x+1+1-3x = 6$

$-x+2 = 6$

$-x = 4$

$x = -4$

3- $\log_3(x+3) - \log_3(1+x^2) = \log_3 2$

$\log_3 \frac{(x+3)}{1+x^2} = \log_3 2$

$\frac{x+3}{1+x^2} = 2$

$x+3 = 2+2x^2$

$0 = 2x^2 - x - 1$

$0 = (2x)^2 - 1(2x) - 2$

$0 = (2x-2)(2x+1)$

$0 = (x-1)(2x+1)$

$x = 1$

$x = -.5$

Formula de Cambio de Base para logaritmos

$$\log_b M = \frac{\log M}{\log b}$$

$$x = \frac{\log 5}{\log 3} = \frac{.6989}{.477} = 1.4648 = \log_3 5$$

Esto es verídico porque:

$$x = \log_3 5$$

$$\downarrow$$

$$3^x = 5$$

$$x \log 3 = \log 5$$

$$\boxed{x = \frac{\log 5}{\log 3}}$$

Calcular $x = \log_6 9$

$$x = \frac{\log 9}{\log 6} = \frac{.95}{.778}$$

$$x = 1.2263$$

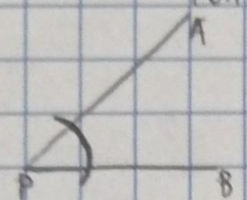
HW

Ejercicios

$x = \log_3 5$	$x = 1.46$
$x = 4 \log_2 3$	$x = 6.33$
$x = -4 \log_4 (\frac{1}{2})$	$x = 2$
$x = 3/4 \log_3 8 - \log_3 4$ $\frac{3}{4} \log_3 \frac{8}{4}$	$x = .4731$
$x = \log_2 7$	$x = 2.807$
$x = (1/2) \log_6 5$	$x = .449$
$x = 4/3 \log_3 8 - \log_3 4$	$x = .841$
$x = \log_2 7 + \log_2 2$	$x = 3.8073$
$x = \log_4 15 + 2 \log_4 3$	$x = 3.5384$

Angulos

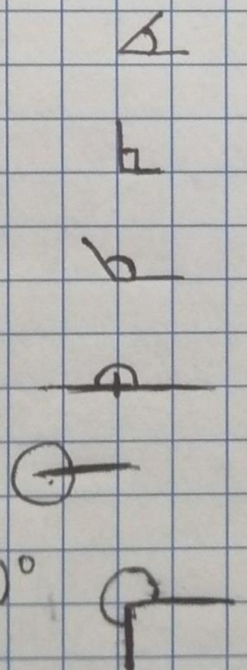
- Angulo: Parte de un plano formado por 2 semirectas
  Porción de plano limitado por 2 semirectas con origen en un mismo punto



Angulo APB

Tipos:

a) Agudo b) Recto c) Obtuso d) Llano e) Perigonal f) Entrante o concavo



a) $0° < \theta < 90°$

b) $\theta = 90°$

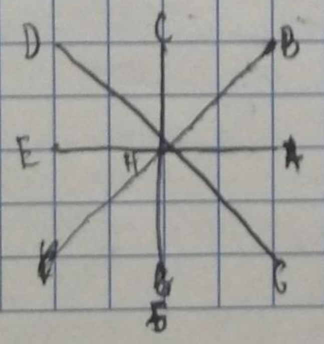
c) $90° < \theta < 180°$

d) $\theta = 180°$

e) $\theta = 360°$

f) $180° < \theta < 360°$

Ejercicio 1 Identifica el tipo de angulo(s) que contiene



AHC Recto
AHD Obtuso
AHE llano
BHG Concavo
FHA Recto

GHE Entrante

AHA Perigonal

1- $\log_6(x+2) - 2\log_6 x = 0$

$x+2 = x^2$

$0 = x^2 - x - 2$

$0 = (x-2)(x+1)$

$x = 2$

$x = -1$

2- $\log_5(2x+1) - \log_5(1-3x) = \log_5 6$

$\log_5 \frac{(2x+1)}{1-3x} = \log_5 6$

$2x+1 = 6 - 18x$

$20x = 5$

$x = \frac{5}{20}$

$x = \frac{1}{4}$

3- $\log_3(3x+3) - \log_3(1-x^2) = \log_3(-2)$

$\log_3 \frac{(3x+3)}{1-x^2} = \log_3(-2)$

$3x+3 = -2 + 2x^2$

$0 = 2x^2 - 3x - 5$

$0 = (2x)^2 - 3(2x) - 10$

$0 = (2x-5)(2x+2)$

$0 = (2x-5)(x+1)$

$x = -1$

$x = 2.5$

Alumno: Joel Alejandro Espinoza S.
Grupo: 2° B

Martes/2/02/16

100
entregada

1.- $\log_6 (x+2) - 2\log_6 x = 0$

$\log_6 (x+2) = 2\log_6 x$

$\log_6 (x+2) = \log_6 x^2$

$x+2 = x^2$

$0 = x^2 - x - 2$

$0 = (x-2)(x+1)$

$x = 2$

$x = -1$

2.- $\log_5 (2x+1) - \log_5 (1-3x) = \log_5 6$

$\log_5 \frac{(2x+1)}{1-3x} = \log_5 6$

$\frac{2x+1}{1-3x} = 6$

$2x+1 = 6-18x$

$20x = 5$

$x = \frac{5}{20}$

$x = \frac{1}{4}$

3.- $\log_3 (3x+3) - \log_3 (1-x^2) = \log_3 (-2)$

$\log_3 \frac{(3x+3)}{1-x^2} = \log_3 (-2)$

$\frac{3x+3}{1-x^2} = -2$

$3x+3 = -2+x^2$

$0 = x^2 - 3x - 5$

$0 = (2x-5)(2x+2)$

$0 = (2x-5)(x+1)$

$x = \frac{5}{2}$

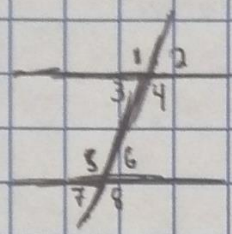
$x = -1$

SCOOL

Miercoles / 03 / 02 / 16

Transversal

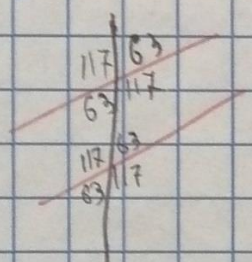
Recta que corta 2 o más rectas en el mismo plano
Si las rectas que corta son paralelas sus caracteristicas son especiales:

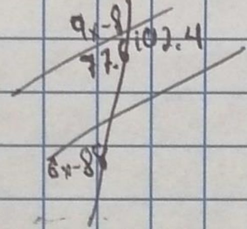


A. Internos 3, 4, 5 y 6
A. Externos 1, 2, 7 y 8
A. Alternos Internos 3 y 6 4 y 5
A. Alternos Externos 1 y 8 2 y 7
A. Correspondientes 1, 5 3, 7 2, 6 4, 8
A. Opuestos por el vertice 5, 8 6, 7
1, 4 2, 3

Ejercicios

117



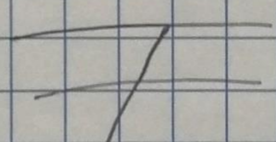


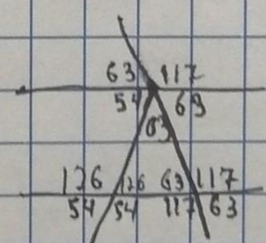
$4x - 8 + 6x - 88 = 180$

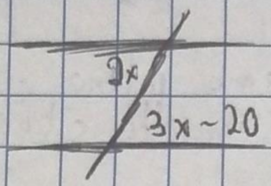
$10x - 96 = 180$

$10x = 276$

$x = 27.6$





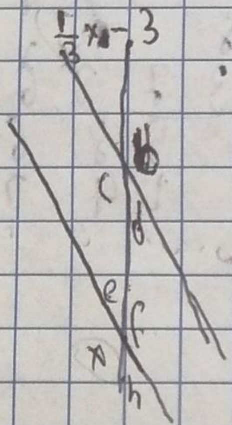


$2x = 3x - 20$

$2x - 3x = -20$

$-x = -20$

$x = 20$



$\left(\frac{1}{3}x - 3\right) + x = 180$

$\frac{1}{3}x - 3 + x = 180$

$\frac{4}{3}x - 3 = 180$

$\frac{4}{3}x = 183$

$4x = 183(3)$

$4x = 549$

$x = \frac{549}{4}$

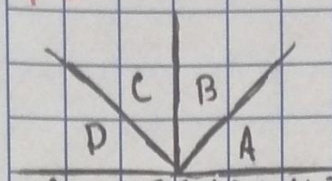
$x = 137.25$

Alumno: Joel Alejandro Espinoza S.

10

Tarea:

1.-

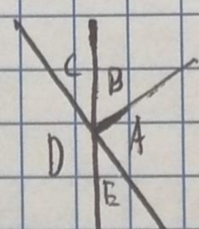


A = 38° 12' 47''
B = 62° 29' 39''
C = 42° 25' 56''
D = ?

A + B + C + D = 180

D = 36.86° ó 36° 51' 36''

2.-

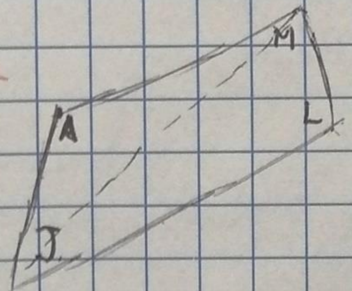


A = 17° 49' 15
B = 26° 56' 39''
C = 86° 46' 28''
D = 75° 46' 29''
E = ?

A + B + C + D + E = 360

E = 123° 41' 38''

3.-

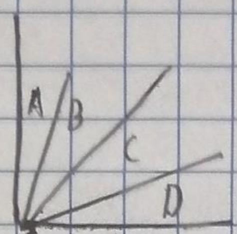


M = 145° 34' 16''
L = 56° 33' 34''
J = 78° 25' 41''
A = ?

A + M + L + J = 360

A = 79° 26' 29''

4.-



$A = 6x - 2$
$B = 4x + 1$
$C = 5x - 3$
$D = 7x - 1$

$A + B + C + D = 90°$

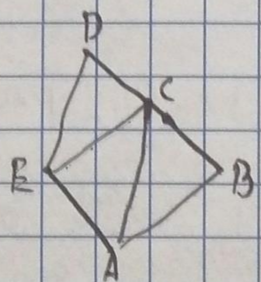
$22x - 5 = 90$

$22x = 95$

$x = 4.318$

$A = 23.908$
$B = 18.272$
$C = 18.59$
$D = 29.226$

5.-



$A = 4x$
$B = 6x + 1$
$C = 7x - 4$
$D = 5x + 2$
$E = 9x + 2$

$540 = 31x + 1$

$539 = 31x$

$17.3870 = x$

$A = 69.548$
$B = 105.322$
$C = 117.709$
$D = 88.935$
$E = 158.483$

Conversion de Angulos

Grados
- Decimal 42.5
- Minutos y segundos 42° 30° 0°

Ejemplo → Expresa de manera decimal

35° 20° 10°

$$35 + \frac{20}{60} + \frac{10}{3600}$$

35 + 0.3333 + 0.00277

35.3611

Ejemplo → Expresa de min y segundos

121.76

(.76)(60)

45.6

(.6)(60)

36

121° 45° 36°

Ejercicios

a) 42° 30' 42.5

b) 37° 25' 37.416

c) 110° 21' 33" 110.3591

d) 90° 30' 32" 90.5088

e) 40° 10' 15" 40.1708

f) 61° 42' 21" 61.7058

g) 1° 2' 3" 1.0341

h) 73° 40' 40" 73.6777

Ejercicio

a) 42.2958°

b)

c)

d)

e)

f)

g)

h)

Operaciones con angulos

Ejemplo: Suma

29°	38'	22"
18°	47'	52"
36°	42'	37"
83	127	111
83	128	51
85	8	51

111 ÷ 60 = 1.85

.85 × 60

51

Ejemplo: Restar 24° 42' 18" de 138° 29' 17"

138° 29' 17"
24° 42' 18" → 137° 89' 17"

	137°	88'	77"
−	24°	42'	18"
	113	46	59

Ejemplo: Multiplicar 73° 16' 32" por 29

73° 16' 32"
x 29

2117 464 928

2117 479 28

2124 59 28

Ejemplo: Dividir

18 25 23
9 | 165° 48' 29"
162
3 x60 180 +48
228
225
3 180
209
2

Resolver

+ 40° 30' 18''
15° 16' 32''
55 46 50

- 180°
120° 40' 15''

179 59 60
120 40 15
59 19 45

- 90°
14° 15' 38''

89° 59' 60''
14 15 38
75 44 22

14° 30' 15''
x 17
246 34 15

12 ⟌ 140° 20' 16''

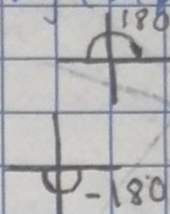
8 ⟌ 125° 38' 25''

25° 13' 12''
x 9

36° 42' 28''
+ 10 23 40
2 43 25

35 28
x 25

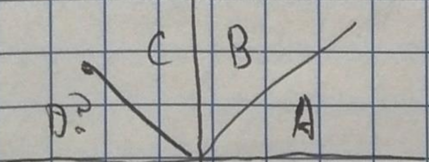
Tabla de Clasificación de Angulos

Tipo	Definición	Ejemplo
• Positivo	• Gira en contra de las manecillas del reloj	
• Negativo	• Gira a favor de las manecillas del reloj	
• Complementario	• Suman 90°	20 + 70 = 90
• Suplementario	• Suman 180°	100 + 80 = 180

Ejercicio	Suplementario	Complementario
33	147	57
28	152	62
45° 20'	134° 40'	44° 40'
52° 38'	127° 22'	37° 22'
12° 18'	167° 42'	77° 42'
42° 53' 33"	137° 6' 27"	47° 6' 27"
38° 45' 21"	141° 14' 39"	51° 14' 39"
131° 26' 57"	48° 33' 3"	-41° 26' 57"
163° 8' 42"	16° 51' 18"	-73° 8' 42"
122° 22' 22"	57° 37' 38"	-32° 22' 22"

Tarea Calcular

1-

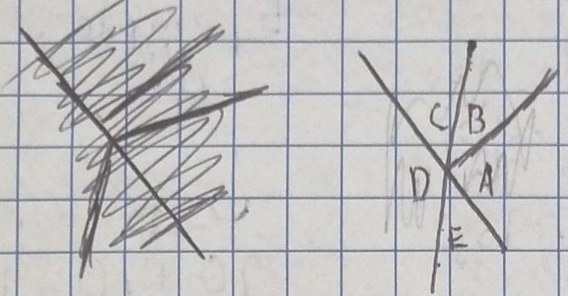


R = 36.86

A = 38° 12' 47"
B = 62° 29' 39"
C = 42° 25' 56"
D = ?

180.5 180° 30'0"

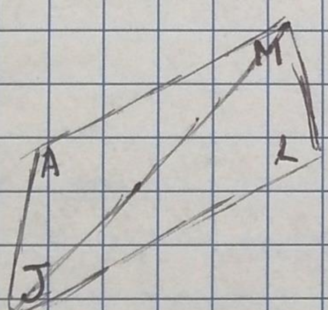
2.-



A = 17° 49' 15"
B = 26° 56' 39"
C = 86° 46' 28"
D = 75° 46' 29"
E = ?

E = 123° 41' 38"

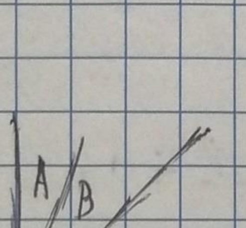
3.-



M = 145° 34' 16"
L = 56° 33' 34"
J = 78° 25' 41"
A = ?

A = 79° 26' 29"

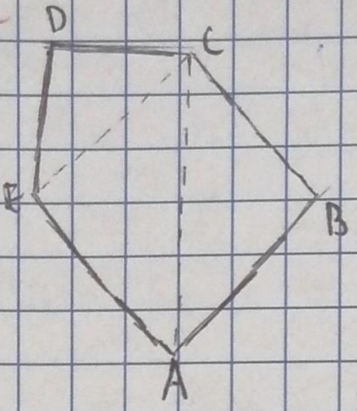
4.-



A = 6x - 2
B = 4x + 1
C = 5x - 3
D = 7x - 1

$22x - 5 = 90$
$22x = 95$
$x = \frac{95}{22}$
$x = 4.31818$

5-



$A = 4x$
$B = 6x + 1$
$C = 7x - 4$
$D = 5x + 2$
$E = 9x + 2$

$540 = 31x + 1$

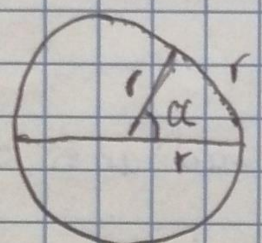
$539 = 31x$

$\frac{539}{31} = x$

$17.3870 = x$

Medidas de los Angulos

Radián



$360° = 2\pi$ radianes
$180° = \pi$ radianes

Conversion

Gran → Rad

$270° = x$
$180° = \pi$

$\frac{[(270)(\pi)]}{180}$ $\quad \frac{270\pi}{180} = \frac{3\pi}{2}$

Rad → Grad

$\frac{5\pi}{6} = x°$

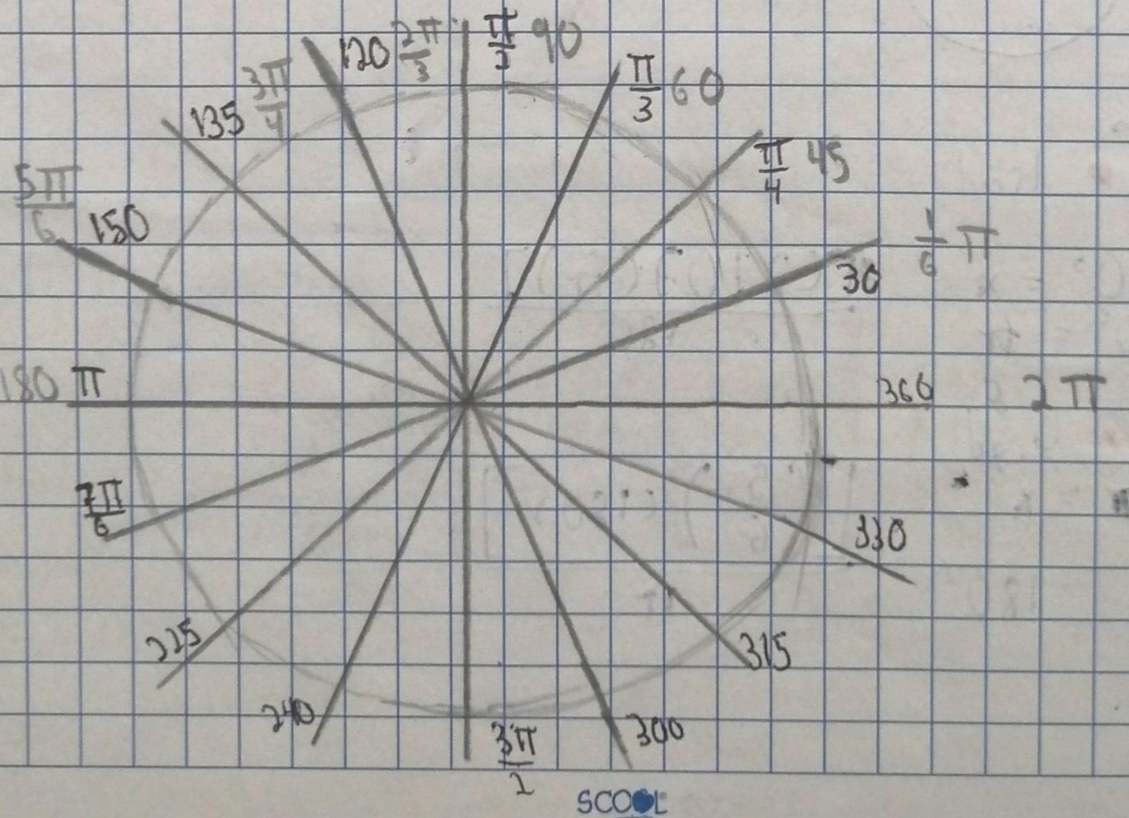
$\pi = 180°$

$\frac{\left[\left(\frac{5}{6}\pi\right)(180)\right]}{\pi}$ $\quad \frac{150\pi}{\pi} = 150$

Convertir

Rad → Grad		Grad → Rad
π		60
$\frac{3\pi}{4}$		120
		210
$\frac{\pi}{3}$	$60°$	270
$\frac{5\pi}{3}$		330
$\frac{11\pi}{3}$		

Convertir grados en radianes y radianes en grados



2.7182818281845

$$e = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!}$$

$$\frac{1}{1} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{24}$$

2.5

$$\begin{array}{r} 2.666 \\ .041 \\ \hline 2.707 \end{array}$$

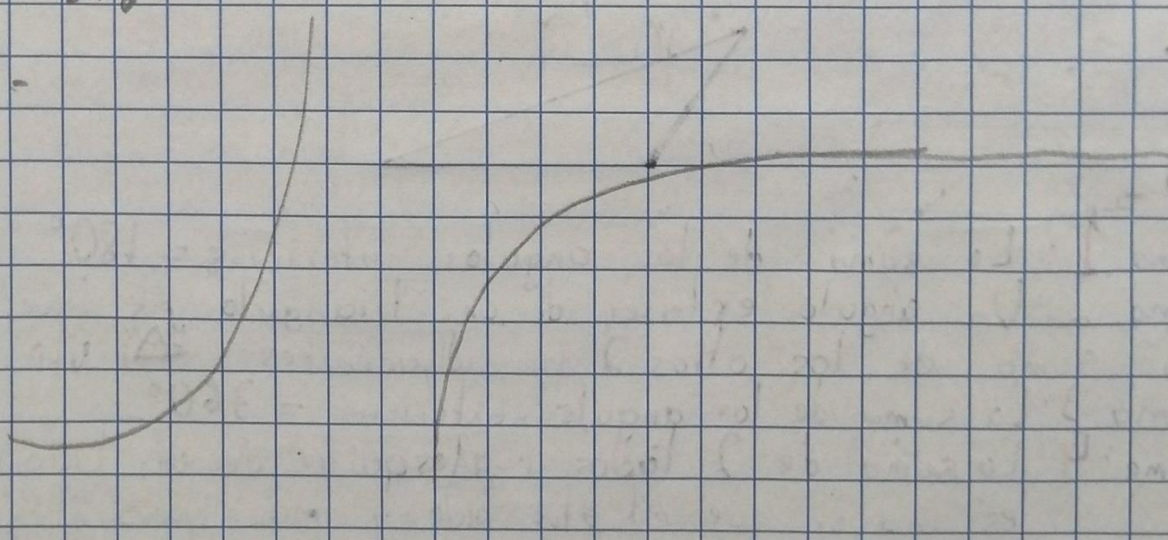
$$e = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

0 = 0

1 = 2

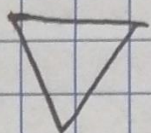
2 = 2.25

3 -



A 2

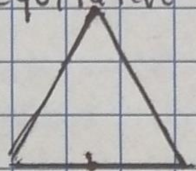
Definicion de Triangulo Porción de plano limitado por tres rectas que se intersectan una a uno en puntos llamados vértices



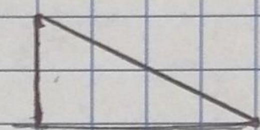
Clasificación:

- Por sus lados
- Por sus ángulos

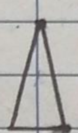
Equilatero



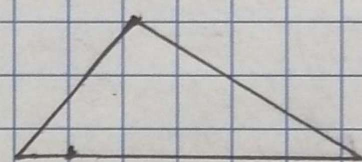
Rectangulo



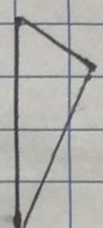
Isoceles



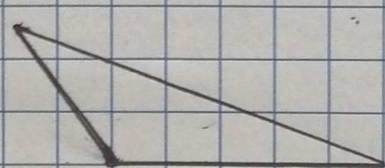
Acutangulo



Escaleno



Obtusangulo



Teorema 1: La suma de los angulos interiores = 180°

Teorema 2: Un angulo exterior de un triangulo es igual a la suma de los otros 2 no adyacentes $N + P = M$

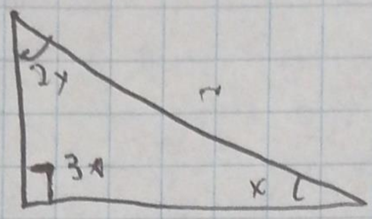
Teorema 3: La suma de los angulos exteriores = 360°

Teorema 4: La suma de 2 lados cualesquiera de un triangulo es mayor que el otro lado y menor que su diferencia

Teorema 5:

Ejercicio Calcular el valor de los ángulos

1-



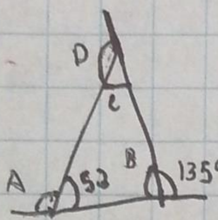
$x + 2x + 3x = 180$

$6x = 180$

$x = 30$

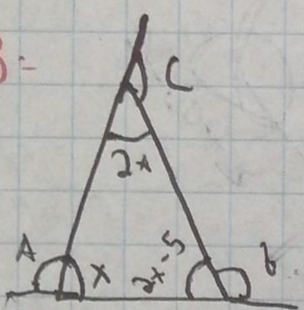
$\angle a = 30°$
$\angle b = 90°$
$\angle c = 60°$

2-



C = 82
B = 45
A = 127
D = 98

3-



$5x - 5 = 180$

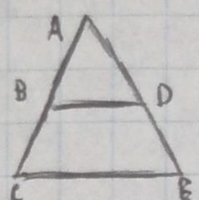
$5x = 185$

$x = \cancel{35}\ 37$

$\angle a = \cancel{35}\ 37$
$\angle b = \cancel{65}\ 69$
$\angle c = \cancel{70}\ 74$
A = 143
B = 111
C = 106

4-

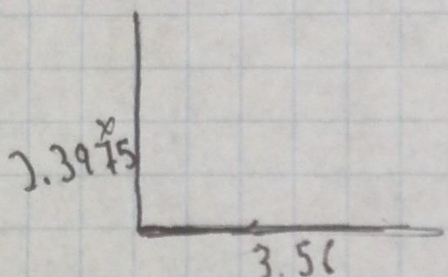
Teorema de Tales

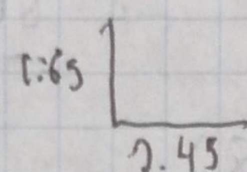


$$\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$$

Ejercicios

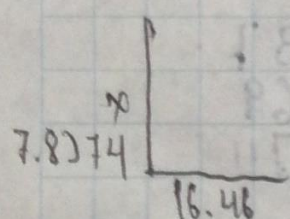
1- ¿Cual sera la altura del poste de luz?

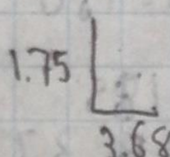




$$\frac{3.56}{2.45} =$$

2- ¿Que altura tiene la palma?





Funciones Trigonométricas

$\text{Sen } A = \dfrac{\text{c. opuesto}}{\text{hipotenusa}}$

$\text{Cos } A = \dfrac{\text{c. adyacente}}{\text{hipotenusa}}$

$\text{Tan } A = \dfrac{\text{c. opuesto}}{\text{c. adyacente}}$

$\text{Cot } A = \dfrac{\text{c. adyacente}}{\text{c. opuesto}} \rightarrow \text{Cot } A = \dfrac{1}{\text{Tan } A}$

$\text{Sec } A = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{c. adyacente}}$

$\text{Csc } A = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{c. opuesto}}$

Funciones Inversas

1.- Arco Seno Sen^{-1}

a) .5847 35.7817
b) .8974 63.8183
c) .96584 74.9810

2.- Arco Coseno Cos^{-1}

a) .8475 32.0592
b) .7451 41.8323
c) .5487 56.7221

3.- Arco Tangente Tan^{-1}

a) .5773 29.997
b) 2.5847 68.8489
c) 41.8847 88.7781

Funciones Complementarias

1.- Cotangente: $Tan\ 26 = x \rightarrow x^{-1} = resultado$

a) 26° 2.0503
b) 28° 15' 1.8610
c) 84° 47' .09130

2.- Secante

a) 86 14.3355
b) 26 45 1.1198
c) 47 56 1.4925

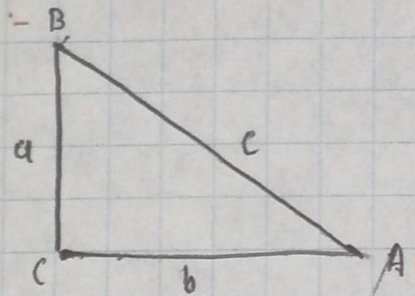
3.- Cosecante

a) 75 1.0352
b) 69 25 1.06819
c) 47 54 1.3477

Triangulos Rectangulos

Escribe las 6 funciones

1.-



$\text{Sen } A = a/c$

$\text{Cos } A = b/c$

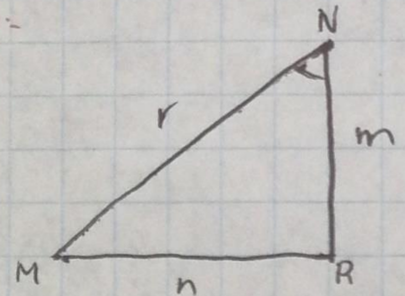
$\text{Tan } A = a/b$

$\text{Cot } A = b/a$

$\text{Sec } A = c/b$

$\text{Csc } A = c/a$

2.-



$\text{Sen } N = n/r$

$\text{Cos } N = m/r$

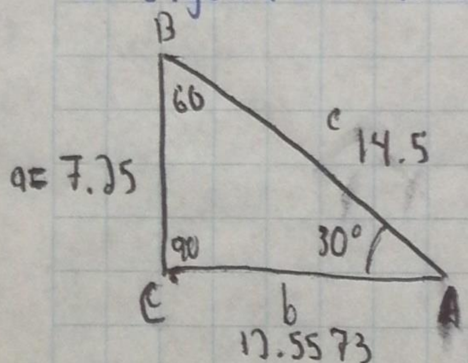
$\text{Tan } N = n/m$

$\text{Cot } N = m/n$

$\text{Sec } N = r/m$

$\text{Csc } N = r/n$

3.- Calcular las medidas de los ~~[illegible]~~ angulos y lados de los siguientes triangulos rectangulos aplicando las funciones



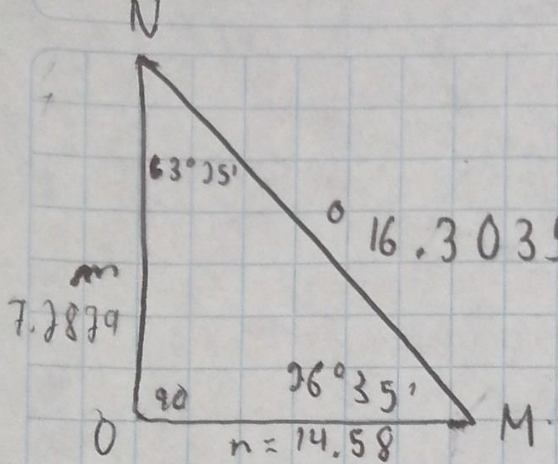
$\text{Sen } 30° = .5 \rightarrow \text{Sen } 30° = \frac{7.25}{c}$

$c \text{ Sen } 30° = 7.25$

$c = \frac{7.25}{\text{Sen } 30°}$

$c = \frac{7.25}{\cancel{\text{Sen } 30} \; .5}$

$c = 14.5$



$\cos 26°35' = .894284446$

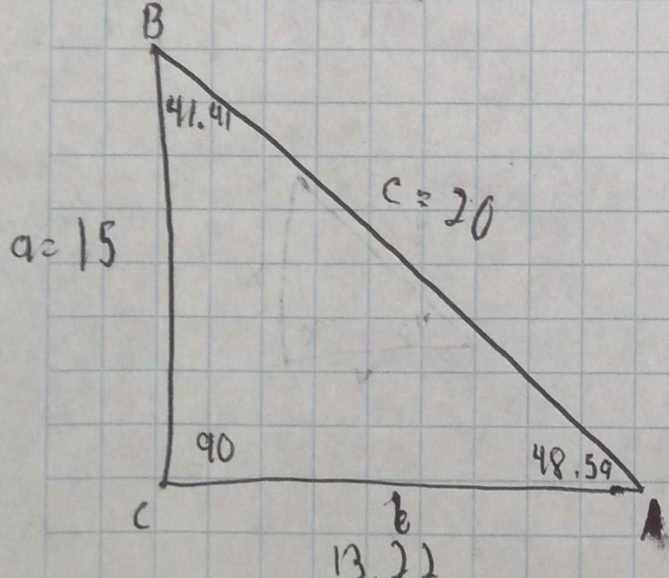
$\cos 26°35 = \frac{ca}{h}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 = c^2 - b^2$

$a = \sqrt{(16.30)^2 - (14.58)^2}$

$m = 7.2879$



$\text{Sen } A = \frac{15}{20}$

$A = \text{Sen}^{-1}\left(\frac{15}{20}\right)$

$A = 48.59°$

$a^2 + b^2 = c^2$

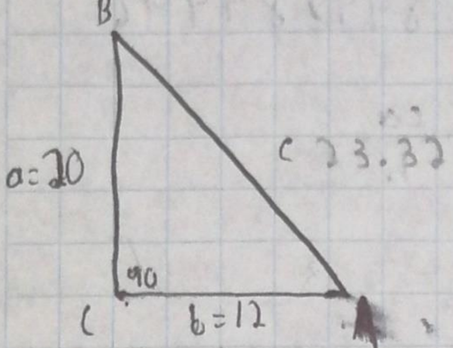
$b^2 = c^2 - a^2$

$\sqrt{b^2 = c^2 - a^2}$

$b = \sqrt{400 - 225}$

$b = \sqrt{175}$

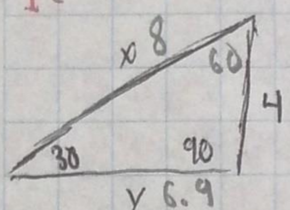
$b = 13.22$



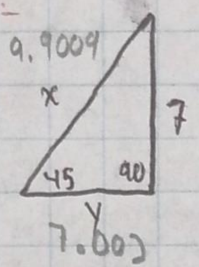
$$20^2 + 12^2 = c^2$$
$$23.32 = c$$
$$\tan A = \frac{20}{12}$$
$$A = \tan^{-1}\left(\frac{20}{12}\right)$$
$$A = 59.03$$

Ejercicios:

1:

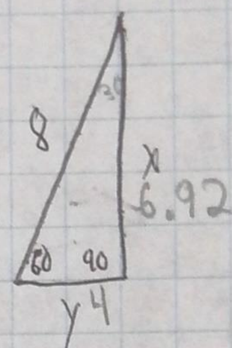


3:

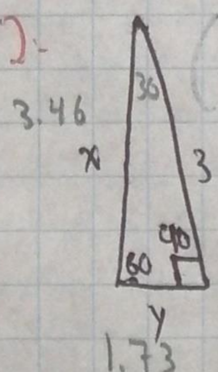


.707

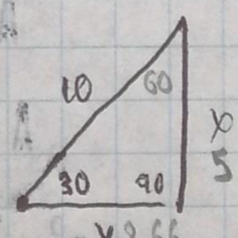
5:



2:

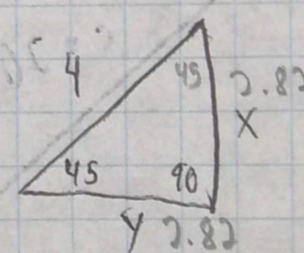


4:

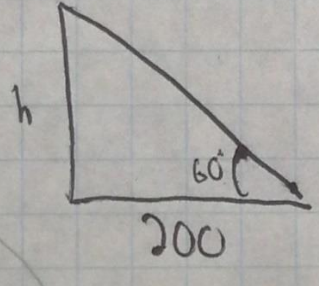


$$.5 = \frac{x}{10}$$

6:

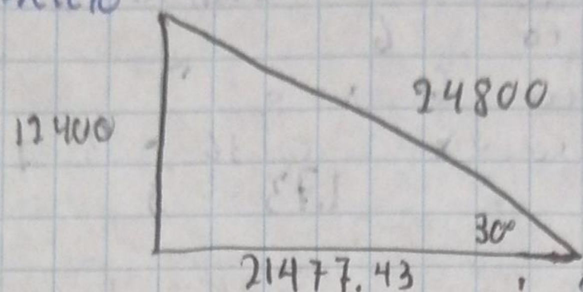


Ejercicio



$$\tan 60 = \frac{h}{200}$$
$$200 \tan 60 = h$$
$$200(1.73) = h$$
$$346.41 = h$$

Ejercicio

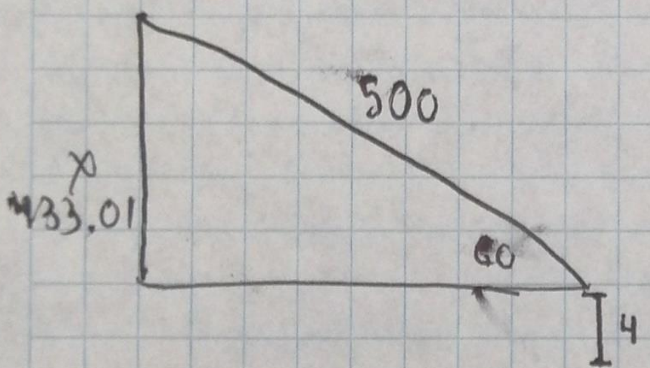


$$\sin 30 = \frac{12400}{x}$$

$$x = \frac{12400}{\sin 30}$$

$$x = 24800$$

Ejercicio



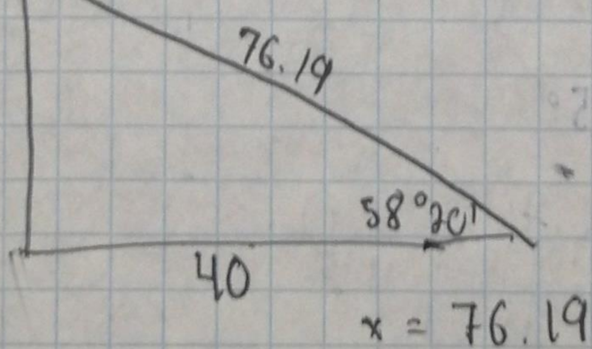
$$\sin 60 = \frac{x}{500}$$

$$500 \sin 60 = x$$

$$433.01 = x$$

$$437.01 = x + 4$$

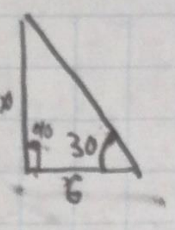
Ejercicio



$x = 76.19$

$$\cos 58°20' = \frac{40}{x}$$

$$x = \frac{40}{\cos 58°20'}$$



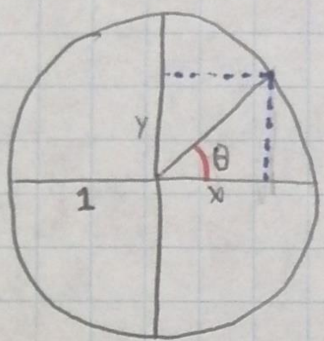
$\tan 30 = \frac{co}{ca}$ $\quad \frac{x}{6}$ $\quad 6\tan 30 = x \rightarrow 3.4$

$\cot 30 = \frac{ca}{co}$ $\quad \frac{6}{x}$ $\quad x = \frac{6}{\cot 30}$ $\Big\}\ 3.4$

1.73

Circulo Unitario

Definicion: Si t es un numero real y $P(X, Y)$ es el punto del circulo unitario que corresponde a θ entonces:



Id Reciprocas

$\text{Sen } \theta = Y$ $\qquad \text{Csc } t = \frac{1}{\text{Sen } t} = \frac{1}{Y}$

$\text{Cos } \theta = X$ $\qquad \text{Sec } t = \frac{1}{\text{Cos } t} = \frac{1}{X}$

$\text{Tan } \theta = \frac{Y}{X}$ $\qquad \text{Cot } t = \frac{1}{\text{Tan } t} = \frac{X}{Y}$

Ejemplo: $\theta = 0°$

$\text{Sen } 0 = 0$ $\qquad \text{Csc } 0 = \infty$

$\text{Cos } 0 = 1$ $\qquad \text{Sec } 0 = 1$

$\text{Tan } 0 = 0$ $\qquad \text{Cot } 0 = \infty$

$\theta = 90°$ ó $\frac{\pi}{2}$

$\text{Sen } 90 = 1$ $\qquad \text{Csc } 90 = 1$

$\text{Cos } 90 = 0$ $\qquad \text{Sec } 90 = \infty$

$\text{Tan } 90 = \infty$ $\qquad \text{Cot } 90 = 0$

3.- Hallar las funciones para 45°

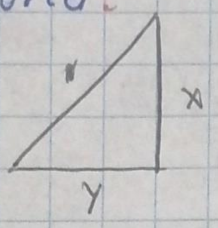
$\theta = 45°$

$\text{Sen } 45 = .7071$ $\qquad \text{Csc } 45 = 1.4142$

$\text{Cos } 45 = .7071$ $\qquad \text{Sec } 45 = 1.4142$

$\text{Tan } 45 = 1$ $\qquad \text{Cot } 45 = 1$

Teoria:



$y = x$

$x^2 + y^2 = 1$

$2x^2 = 1$

$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Sen 45 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Cos 45 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

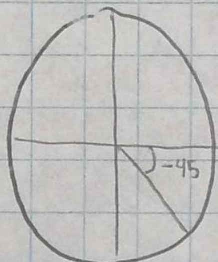
Tan 45 $\frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = 1$

Csc $= \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = 1$

Sec $= \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

Cot $= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

4-



Sen $-45 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Cos $-45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

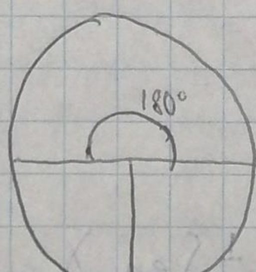
Tan $-45 = \frac{-\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = -1$

Cot $-45 = -1$

Sec $-45 = \sqrt{2}$

Csc $-45 = -\sqrt{2}$

5-



Sen $180 = 0$

Cos $180 = -1$

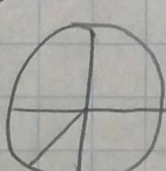
Tan $180 = \frac{0}{1} = 0$

Cot $180 = \frac{-1}{0} = \infty$

Sec $180 = \frac{1}{-1} = -1$

Csc $180 = \frac{1}{0} = \infty$

6- Tarea



$P\left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$

Sen $\frac{-4}{5}$

Cos $\frac{3}{5}$

Tan $\frac{-20}{15} = \frac{-4}{3}$

Cot $\frac{3}{-4}$

Sec $\frac{-5}{4}$

Csc $\frac{5}{\cancel{4}3}$

Graficas Trigonometricas

Forma General

$$y = \underset{\text{Amplitud}}{a}\,\text{Sen}(\underset{\text{Periodo}}{b}x + \overset{\text{Desplazamiento}}{c}) \quad y \quad y = a\cos(bx + c)$$

donde a b c son numeros reales

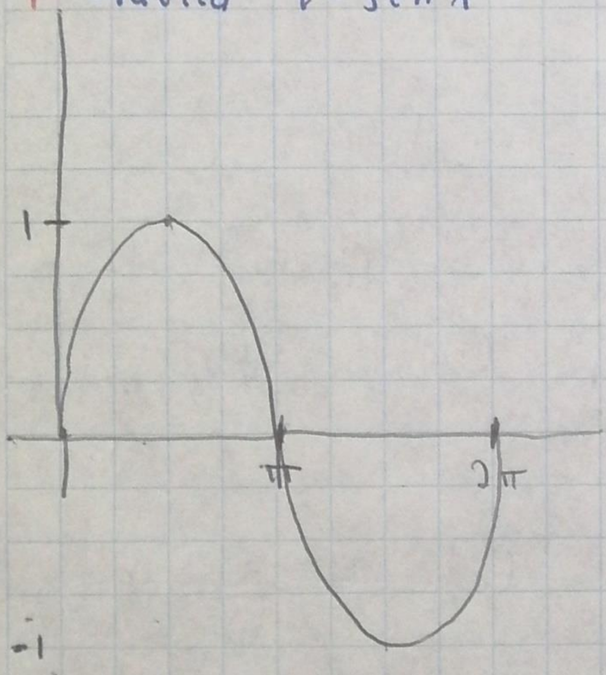
Usaremos un método sencillo para trazarlas sin localizar muchos puntos

Comencemos con el caso especial en donde $c = 0$ y $b = 1$ es decir

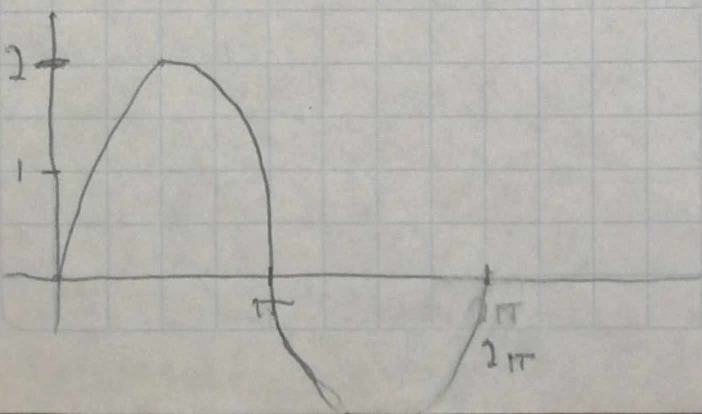
$$y = a\,\text{Sen}\,x \qquad y \qquad y = a\cos x$$

1.- Grafica $y = \text{Sen}\,x$

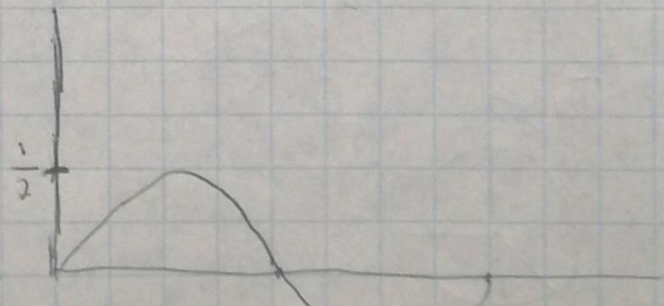
x	y
0	0
90	1
180	0



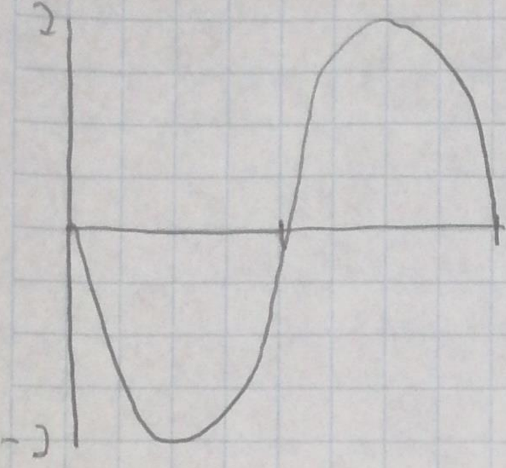
2.- Grafica $y = 2\,\text{Sen}\,x$



3.- Gráfica $y = \frac{1}{2}\,\text{Sen}\,x$

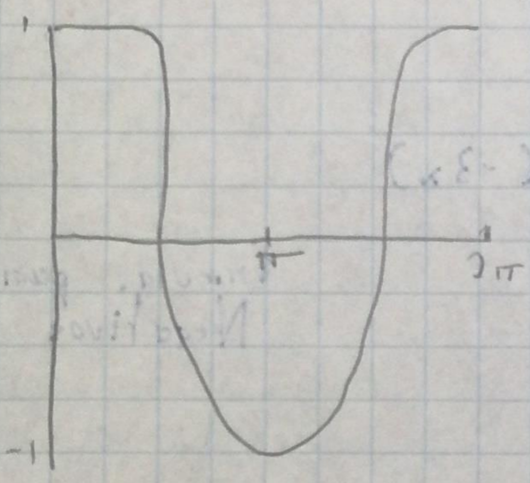


4- Grafica $Y = -2 \operatorname{Sen} X$

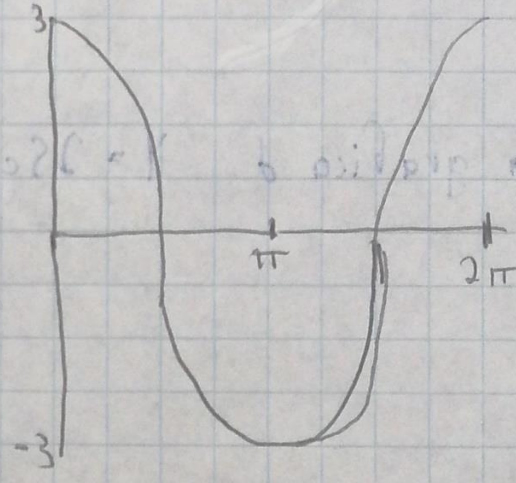


Trazar la grafica de

1- $Y = \operatorname{Cos} X$



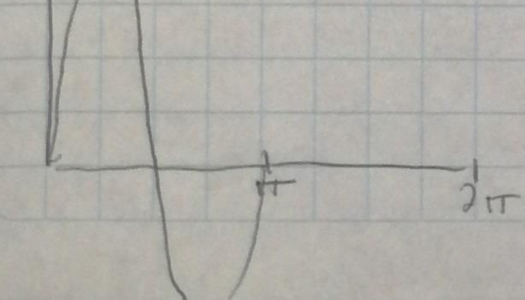
2- $Y = 3 \operatorname{Cos} X$



Teorema sobre amplitudes y periodos

Si $Y = a \operatorname{Sen} bx$ o $Y = a \operatorname{Cos} bx$ para numeros reales a y b diferentes a 0

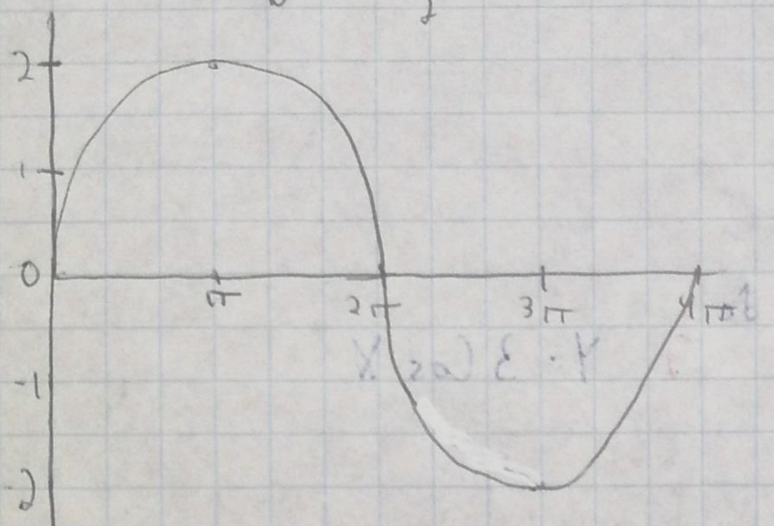
Graficar $Y = 3 \operatorname{Sen} 2x$



2: Trazar la grafica $Y = 2\,Sen\,\frac{1}{2}x$

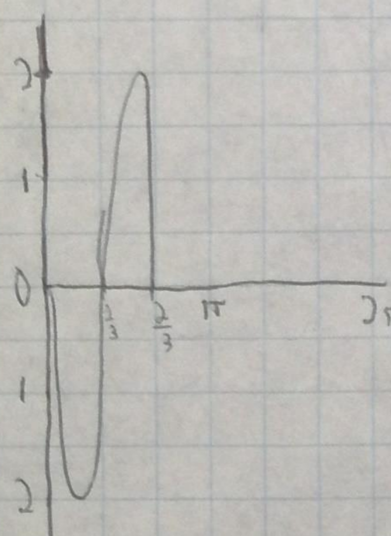
$Amplitud = |a| = |2| = 2$

$Periodo = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$



3- Trazar la grafica de $Y = 2\,Sen(-3x)$

$Y = -2\,Sen\,3x$



Formulas para Negativos

$Sen(-t) = -Sen\,t$

$Cos(-t) = Cos\,t$

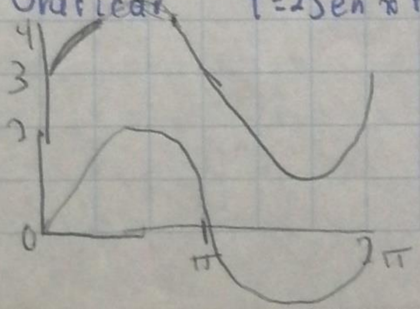
$Tan(-t) = -Tan\,t$

$Cot(-t) = -Cot\,t$

$Sec(-t) = Sec\,t$

$Csc(-t) = Csc\,t$

4- Graficar $Y = 2Sen\,x + 3$



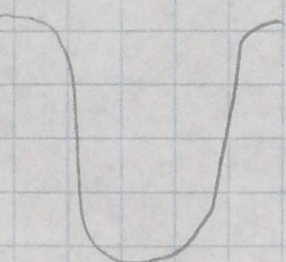
$Y = 2Sen\,x + 3$

$Y = 2Sen\,x$

Resolución; Ejercicio 11:

~~$Y = 4\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$~~ ~~$a = 4$~~ ~~$b = 1$~~ ~~$c = -\frac{\pi}{4}$~~

Hay que establecer que la grafica de cos es:



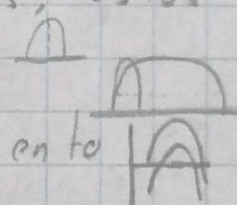
Como las graficas pueden ser modificadas con ciertos atributos, necesitamos ciertos valores exactos, éstos son:

$Y = 4\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

$a = 4$ → Amplitud

$b = 1$ → Periodo

$c = -\frac{\pi}{4}$ → Desplazamiento



Como $a = 4$ la máxima altitud sera 4 y la minima -4

Como $b = 1$ el ciclo debe terminar en 2π

Pero c altera la posición de la gráfica así que hay que aplicar el teorema:

1.- Se sabe que $< x - \frac{\pi}{4}$ debe encontrarse entre 0 y 2π

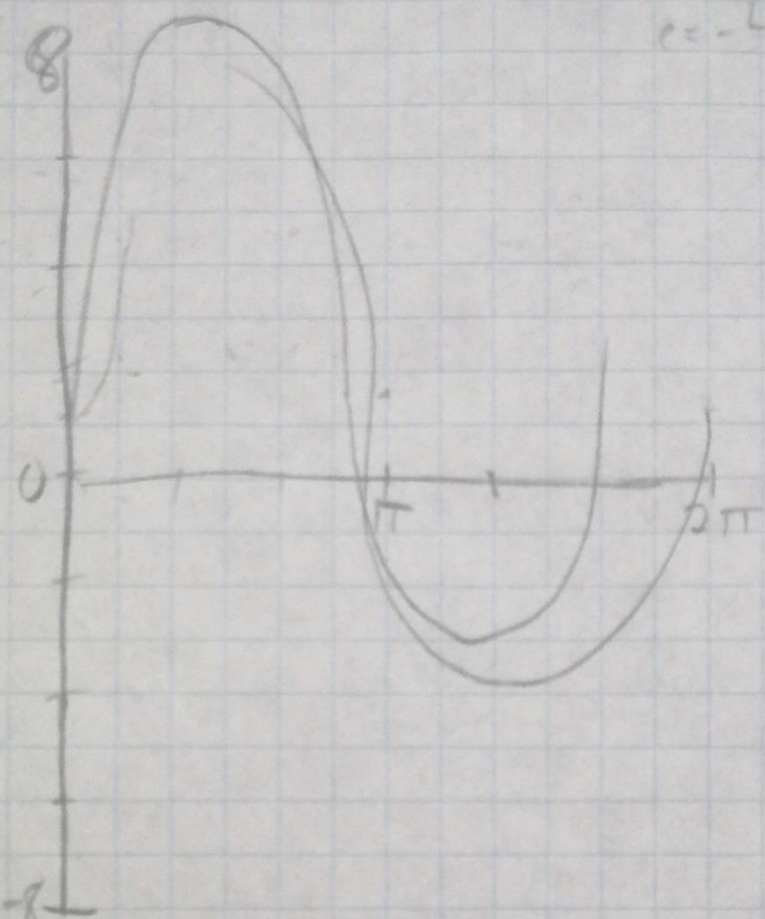
pero $-\frac{\pi}{4}$ está afectando a x y quiero que quede solo

2. Por alguna razón $-\frac{\pi}{4}$ se lo sumaremos a los 2 lados pasado como positivo, y no se porque DUDA

3.- Se reducen terminos y entonces la grafica se encontrará entre esos 2 valores

$y = 8 \operatorname{Sen}(3x - 4)$

$a = 8$
$b = 3$
$c = -4$

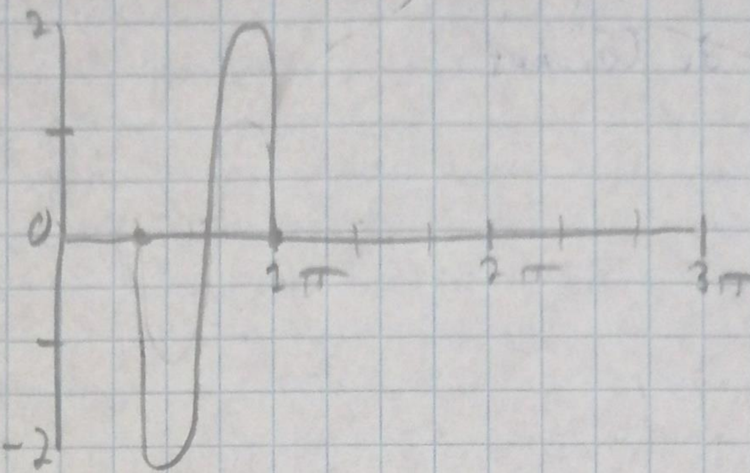


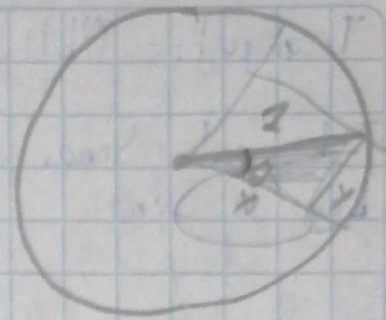
$$0 \le 3x - 4 \le 2\pi$$

$$4 \le 3x < 2\pi + 4$$

$$\frac{4}{3} \le x < \frac{2\pi + 4}{3}$$

$Y = -2\,\text{Sen}(3x - \pi)$





$\text{Sen}\,\theta = Y$ co

$\text{Cos}\,\theta = X$ ca

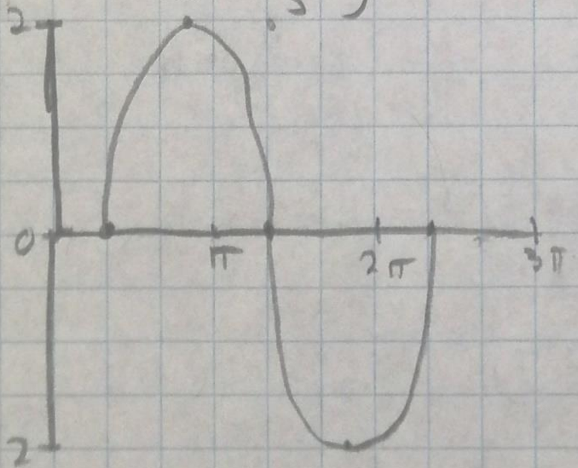
$\text{Tan}\,\theta = \frac{Y}{X}$

$0 \leq 3x - \pi \leq 2\pi$

$\pi \leq 3x \leq 2\pi + \pi$

$\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$

$Y = 2\,\text{Sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$



$0 \leq x - \frac{\pi}{3} \leq 2\pi$

$\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{7\pi}{3}$

Triangulos Oblicuangulos: No tienen angulo recto

Ley de Senos y Ley de Cosenos

Ley de Senos

En cualquier triangulo la razón entre el seno de un ángulo y el lado opuesto a ese ángulo es igual a la razón entre el seno de otro angulo y el lado opuesto al angulo

$$\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c}$$

Cuando se conoce

1- 2 lados y 1 angulo opuesto a uno de ellos
2- 2 angulos y cualquier lado

Ley de Cosenos

El cuadrado de la longitud de cualquier lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros 2 lados menos el doble producto de las longitudes de los mismos lados por el coseno del angulo entre ellos

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

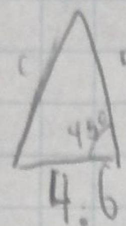
$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \qquad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Cuando se conoce

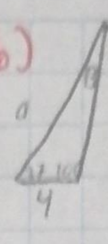
1- 2 lados y el angulo entre ellos
2- 3 lados, 0 angulos

a)



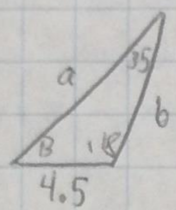
Coseno
LAL

b)



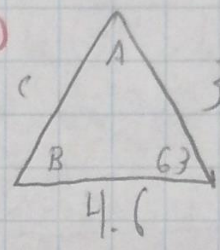
Seno AAL

c)



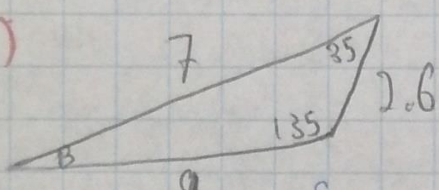
Seno
AAL

d)



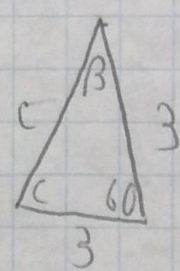
Coseno
LAL

e)



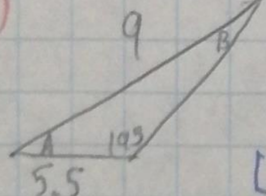
Seno
LLA

f)



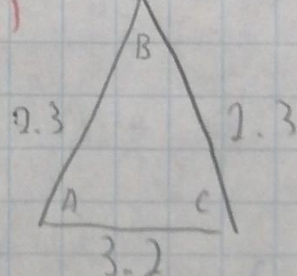
Coseno
LAL

g)

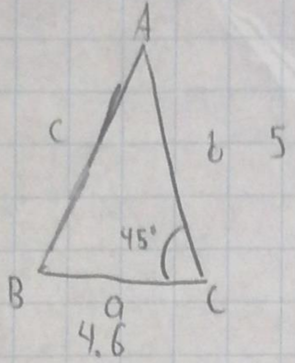


Sen
LLA

h)



Coseno
LLL



Paso 1

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$c = \sqrt{Ans}$

$c = \sqrt{13.69}$

$c = 3.69$

Paso 2

$$\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c}$$

$$\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c}$$

$$\frac{\operatorname{Sen} A}{4.6} = \frac{\operatorname{Sen} 45}{3.69}$$

$$\frac{\operatorname{Sen} A}{4.6} = \frac{.7070}{3.69}$$

$\cancel{\operatorname{Sen} A\ 61.82}$

$$\operatorname{Sen} A = \frac{4.6 \times \operatorname{Sen} 45}{3.69}$$

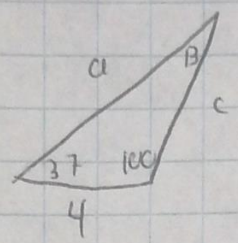
$$\cancel{\operatorname{Sen}}\ A = \operatorname{Sen}^{-1}\left(\frac{4.6 \times \operatorname{Sen} 45}{3.69}\right)$$

$A = 61.82$

Paso 3

$B = 180 - 61.82 - 45$

$B = 73.18°$



$$\frac{\text{Sin} A}{a} = \frac{\text{Sen} B}{b}$$

$$\frac{\text{Sen } 100}{a} = \frac{\text{Sen } 43}{4}$$

$$4 \times \text{Sen } 100 = a \times \text{Sen } 43$$

$$\frac{4 \times \text{Sen } 100}{\text{Sen } 43} = a$$

$$5.77 = a$$

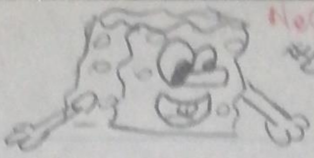
$$\frac{\text{Sen } 43}{4} = \frac{\text{Sen } 37}{c}$$

$$c \times \text{Sen } 43 = 4 \times \text{Sen } 37$$

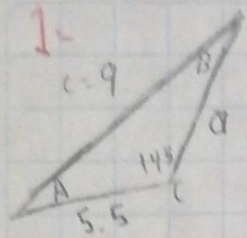
$$c = \frac{4 \times \text{Sen } 37}{\text{Sen } 43}$$

$$c = 3.52$$

∞ ∞ ∞ 3/∞



1.-



$$\frac{\operatorname{Sen} B}{b} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c}$$

$$\frac{\operatorname{Sen} B}{5.5} = \frac{\operatorname{Sen} 145}{9}$$

$$\operatorname{Sen} B = \frac{5.5 \times \operatorname{Sen} 145}{9}$$

$$B = \operatorname{Sen}^{-1}\left(\frac{5.5 \times \operatorname{Sen} 145}{9}\right) = 20.5$$

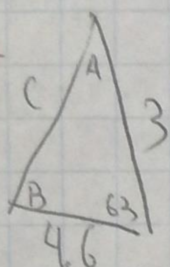
$$A = 180 - 145 - 20.5$$

$$A = 14.5$$

$$\frac{\operatorname{Sen} 14.5}{a} = \frac{\operatorname{Sen} 145}{9} \rightarrow a = \frac{9 \times \operatorname{Sen} 14.5}{\operatorname{Sen} 145}$$

$$a = 3.92$$

2.-

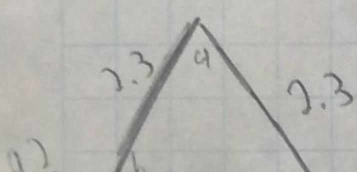


$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \operatorname{Cos} C$$

$$c^2 = (4.6)^2 + (3)^2 - 2(3)(4.6)\operatorname{Cos} 63$$

$$c = 4.19$$

3.-

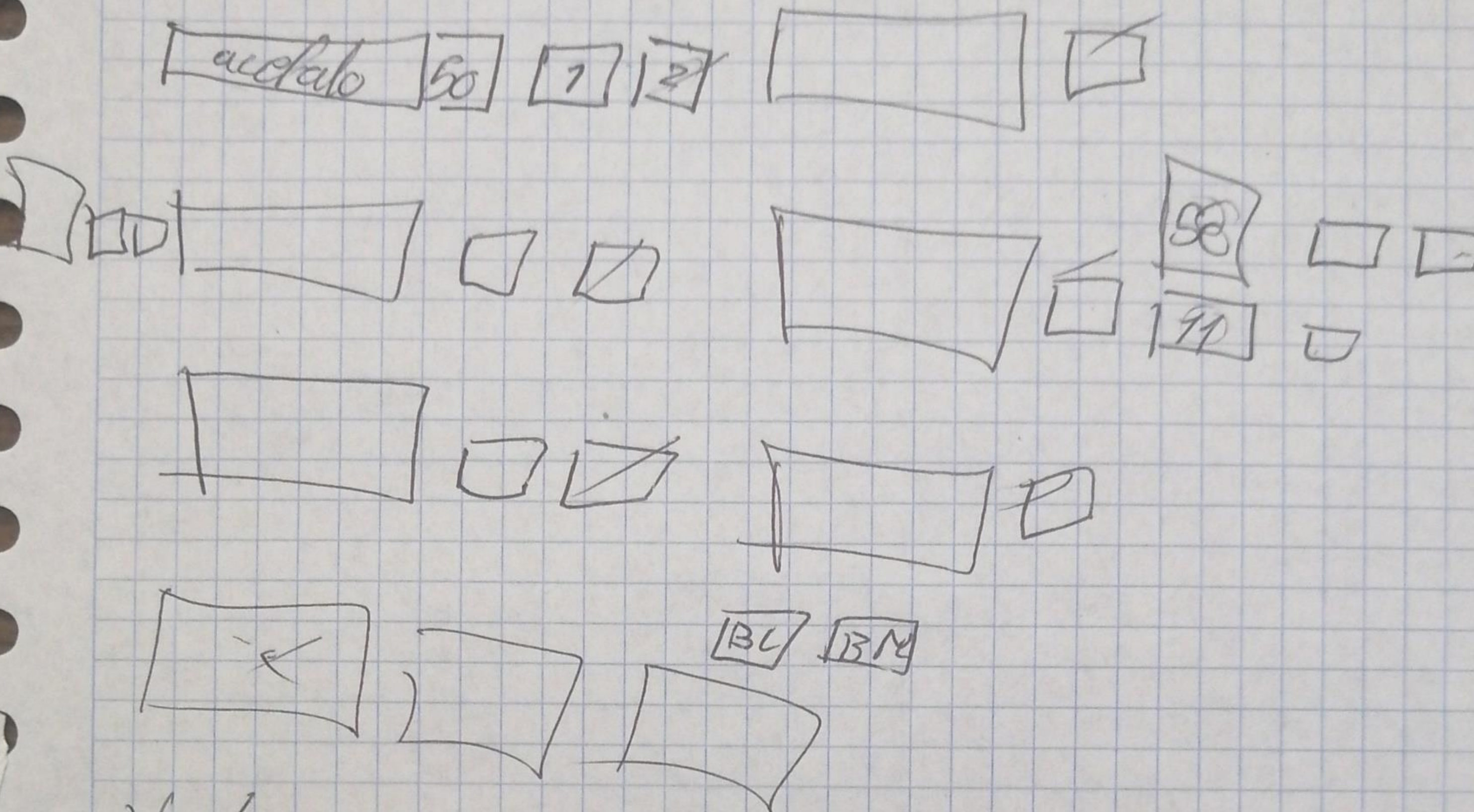


3 lados ley de cosenos

$$\operatorname{Cos} A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\operatorname{Cos} A = \frac{(2.3)^2 + (2.3)^2 - (3.2)^2}{2(2.3)(2.3)}$$

Mando



Vista

2 1 1 3 5 5 4 9 9 5 13 13 6 18 18 OC

-1 +2 +1 -1 +5 +4 +8 -7 +11 -10

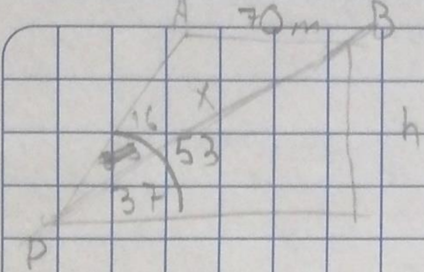
56
60
00
300
3006
750
4 | 3000
20

50 - 40
60

Graficar:

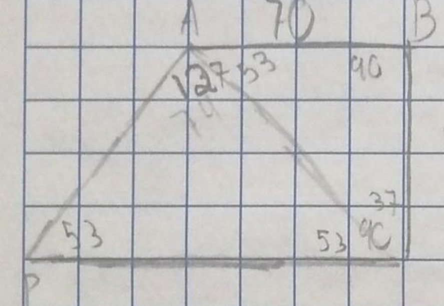
$$Y = Sen\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$a = 1$
$b = 1$
$c = -\frac{\pi}{2}$



$x = 253.95$

$h = 152.83$



h 92.89

$\tan 37 = \frac{co}{ca} \rightarrow \frac{70}{x} \rightarrow \frac{70}{\tan 37}$

x

$a = b$

$a \cdot a = b \cdot a$

$a^2 = ab$

$a^2 - b^2 = ab - b^2$

$(a+b)(a-b) = b(a-b)$

$\frac{(a+b)(a-b)}{a-b} = \frac{b(a-b)}{a-b}$

$a + b = b$

$a + a = a$

$\frac{2a = a}{a}$ $2a = a$

$\frac{2a = a}{a}$

$2 = 1$

$y = \text{Sen}\,x$

Amplitud = 1

Periodo = 2π

Identidades Trigonometricas

Llevan implicito alguna función trigonometrica

Identidades Reciprocas:

$Csc\,t = \frac{1}{Sen\,t}$ $Sec\,t = \frac{1}{Cos\,t}$ $Cot\,t = \frac{1}{tan\,t}$

Identidades de Tangente y Cotangente:

$Tan\,t = \frac{Sen\,t}{Cos\,t}$ $Cot\,t = \frac{Cos\,t}{Sen\,t}$

Identidades de Pitágoras:

$Sen^2 t + Cos^2 t = 1$

$1 + tan^2 t = Sec^2 t$

$1 + Cot^2 t = Csc^2 t$

Formula de Suma y Resta

Coseno: $Cos(u+v) = Cos\,u\,Cos\,v - Sen\,u\,Sen\,v$
$Cos(u-v) = Cos\,u\,Cos\,v + Sen\,u\,Sen\,v$

Seno: $Sen(u+v) = Sen\,u\,Cos\,v + Cos\,u\,Sen\,v$
$Sen(u-v) = Sen\,u\,Cos\,v - Cos\,u\,Sen\,v$

Tangente: $tan(u+v) = \frac{tan\,u + tan\,v}{1 - tan\,u\,tan\,v}$ $tan(u-v) = \frac{tan\,u - tan\,v}{1 + tan\,u\,tan\,v}$

Formulas de Doble y 1/2 angulo

Angulo doble:

$$Sen\,2u = 2\,Sen\,u\,Cos\,u$$

$$Cos\,2u = Cos^2 u - Sen^2 u$$
$$= 1 - 2\,Sen^2 u$$
$$= 2\,Cos^2 u - 1$$

$$Tan\,2u = \frac{2\tan u}{1+\tan^2 u}$$

Angulo medio:

$$Sen^2 u = \frac{1 - Cos\,2u}{2}$$

$$Cos^2 u = \frac{1 + Cos\,2u}{2}$$

$$Tan^2 u = \frac{1 - Cos\,2u}{1 + Cos\,2u}$$

$$Sen\,\frac{v}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - Cos\,v}{2}}$$

$$Cos\,\frac{v}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + Cos\,v}{2}}$$

$$Tan\,\frac{v}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - Cos\,v}{1 + Cos\,v}}$$

Formulas de Producto a Suma

$$Sen\,u\,Cos\,v = \frac{1}{2}\left(Sen\,(u+v) + Sen\,(u-v)\right)$$

$$Cos\,u\,Sen\,v = \frac{1}{2}\left(Sen\,(u+v) - Sen\,(u-v)\right)$$

$$Cos\,u\,Cos\,v = \frac{1}{2}\left(Cos\,(u+v) + Cos\,(u-v)\right)$$

$$Sen\,u\,Sen\,v = \frac{1}{2}\left(Cos\,(u-v) - Cos\,(u+v)\right)$$

Formulas de Suma a Producto

$\text{Sen}\,a + \text{Sen}\,b = 2\,\text{Sen}\left(\frac{a+b}{2}\right)\text{Cos}\left(\frac{a-b}{2}\right)$

$\text{Sen}\,a - \text{Sen}\,b = 2\,\text{Cos}\left(\frac{a+b}{2}\right)\text{Sen}\left(\frac{a-b}{2}\right)$

$\text{Cos}\,a + \text{Cos}\,b = 2\,\text{Cos}\left(\frac{a+b}{2}\right)\text{Cos}\left(\frac{a-b}{2}\right)$

$\text{Cos}\,a - \text{Cos}\,b = 2\,\text{Sen}\left(\frac{a+b}{2}\right)\text{Sen}\left(\frac{a-b}{2}\right)$

Ejemplo: Transforma el LI en el LD

1- $(\text{Sec}\,t + \tan t)(1 - \text{Sen}\,t) = \text{Cos}\,t$

$\left(\frac{1}{\text{Cos}\,t} + \frac{\text{Sen}\,t}{\text{Cos}\,t}\right)(1 - \text{Sen}\,t) = \text{Cos}\,t$

$\left(\frac{1}{\text{Cos}\,t} + \frac{\text{Sen}\,t}{\text{Cos}\,t}\right)\left(\frac{1 - \text{Sen}\,t}{1}\right) = \text{Cos}\,t$

$\frac{1 - \text{Sen}^2 t}{\text{Cos}\,t} = \text{Cos}\,t$

$\frac{\text{Cos}^2 t}{\text{Cos}\,t} = \text{Cos}\,t$

$\text{Cos}\,t = \text{Cos}\,t$

Aprenderse

Identidades reciprocas (3)

Tan y Cot (2)

Identidades de Pitagoras (3)

$$\frac{\tan^2 x}{\sec x + 1} = \frac{1 - \cos x}{\cos x}$$

$$\frac{\sec^2 x - 1}{\sec x + 1} = \frac{1 - \cos x}{\cos x}$$

$$\frac{\cancel{(\sec x + 1)}(\sec x - 1)}{\cancel{\sec x + 1}} = \frac{1 - \cos x}{\cos x}$$

$$\sec x - 1 = \frac{1 - \cos x}{\cos x}$$

$$\frac{1}{\cos x} - 1 = \frac{1 - \cos x}{\cos x}$$

$$\frac{1 - \cos x}{\cos x} = \frac{1 - \cos x}{\cos x}$$

$$\frac{\cot x - 1}{\cot x + 1} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$$

$$\frac{\frac{1}{\tan x} - 1}{\frac{1}{\tan x} + 1} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$$

$$\frac{\frac{1 - \tan x}{\cancel{\tan x}}}{\frac{1 + \tan x}{\cancel{\tan x}}} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$$

$$\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$$

1. $\frac{\text{Sen}X}{\text{Csc}X} + \frac{\text{Cos}X}{\text{Sec}X} = 1$

2. $\frac{\text{Tan}X}{\text{Sen}X} = \text{Sec}X$

3. $\frac{\text{Sec}X}{\text{Tan}X + \text{Cot}X} = \text{Sen}X$

4. $\frac{\text{Csc}X}{\text{Cot}X} = \text{Sec}X$

$$\frac{\frac{1}{\text{sen}X}}{\frac{\cos X}{\text{sen}X}} = \text{sec}X$$

$$\frac{1}{\cos X} = \text{sec}X$$

$$\frac{\text{sec}X}{1} + = \frac{\text{sen}X}{\text{Cot}x}$$

$$\frac{2}{8} \quad \frac{4}{34}$$

$$\frac{\frac{\text{Sen}x}{1}}{\frac{1}{\text{sen}x}} + \frac{\frac{\cos x}{1}}{\frac{1}{\cos x}}$$

$$\text{Sen}^2X + \cos^2X = 1$$

$$1 = 1 \quad 4$$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d_1} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

$$\frac{\frac{1}{\cos}}{\frac{\text{sen}X}{\cos X} + \frac{\cos X}{\text{sen}X}} \qquad \frac{\text{Sen}^2x + \cos^2x}{\cos x\,\text{sex}}$$

$$\frac{\frac{1}{\cos}}{\frac{1}{\cos\text{Sen}x}} \qquad \frac{\cos\text{Sen}^x}{\cos^x}$$

1-9 = 5
10-24 = 15
25-39 = 15

1 2	3 4	5 6	7 8	9	10 11	1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1	7 1	8 1	9 2
9	9	8	9	7	9	6	9	5	9	4	9	3	9	2

0 2	1 2	2 2	3 2	4 2
9	1	9	0	9

$$\begin{array}{r} 49 \\ 29 \\ \hline 8 \end{array}$$

49 - 29 = 6

~~49~~ ~~29~~ ~~9~~ 40 22 ~~15~~ ~~53~~ ~~33~~ ~~13~~ ~~47~~

49 - 13 = 62
29 - 33 = 62
9 - 53 = 62
47 - 15 - = 62
40 - 22 = 62

$$\begin{array}{r} \overset{5\,12}{62} \\ -15 \\ \hline 47 \end{array}$$

$$(2)(1)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{4}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{6}\right)\left(\frac{2}{7}\right)$$

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

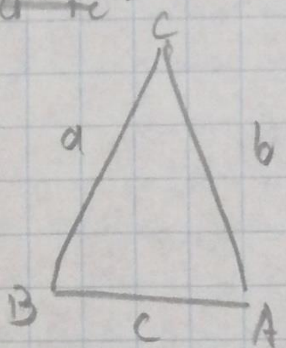
$$\frac{4}{15} \qquad \frac{8}{90} = \frac{4}{45} \qquad \frac{8}{315}$$

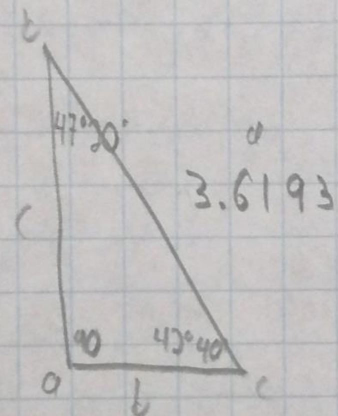
$$\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} = \cancel{\frac{\operatorname{Sen} C}{c}}$$

$$\operatorname{Cos} A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \operatorname{Cos} A$$

~~$\operatorname{Cos} B = a^2 + c^2$~~



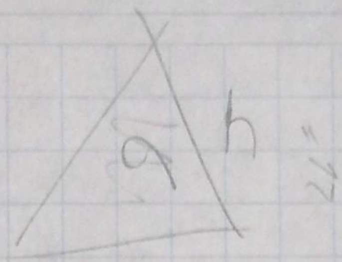


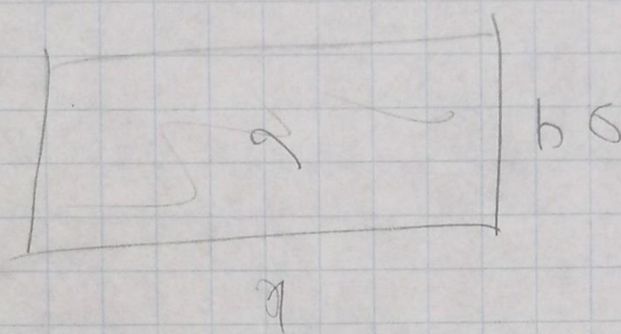
$$\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c}$$

$$\frac{\operatorname{Sen} 90}{3.6193} = \frac{\operatorname{Sen} 42°40'}{c}$$

$c = 2.4529$

89
89
178
9
187





1 2 3 4 5 6 | 7 8 9 10 11 ~~12 13 14 15~~ 10
20
99 40

20 - 95 187
40 - 90
60 - 85
80 - 80 10
5

90 9596979899

79 80 81

Ecuaciones Trigonometricas

Solución

Buena parte del algebra se refiere a tecnicas para resolver:

$$2x+1=0$$
$$2x^2-x-1=0$$

Queremos involucrar funciones trigonometricas como:

$$2\cos(\theta)+1=0$$
$$2\cos^2(\theta)-\cos\theta-1=0$$

$$2\cos(\theta)+1=0$$
$$2\cos\theta=-1$$
$$\cos\theta=\frac{-1}{2}$$
$$\theta=\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$\theta=120^\circ$$

Para hacerlo radianes

$$120\left(\frac{\pi}{180}\right)$$
$$\frac{120}{180}\pi \quad \frac{12}{18}\pi$$
$$\boxed{\frac{2}{3}\pi}$$

$$2\sin^2(\theta)-\sin(\theta)-1=0$$

Sustituiremos $\sin\theta$ a x

$$2x^2-x-1=0$$

$a=2$ $\quad b=-1$ $\quad c=-1$

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

SUSTITUYENDO

$x_1=1$ $\qquad x_2=-\frac{1}{2}$

$\theta=90$ $\qquad \theta=-30$

$\frac{\pi}{2}$ $\qquad \frac{\pi}{6}$

5 $\operatorname{Sec} X - 1 = 0$

$\operatorname{Sec} X = 1$

$\frac{1}{\operatorname{Cos} X} = 1$

$1 = \operatorname{Cos} X$

$\operatorname{Cos}^{-1} 1 = X$

$0 = 0$

1 $\operatorname{Sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$2x - \frac{\pi}{3} = \operatorname{Sen}^{-1}\frac{1}{2}$

$2x - \frac{\pi}{3} = 30$

$2x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}$

$2x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{6}$

$2x = \frac{3\pi}{6}$

$x = \frac{3\pi}{12}$

$x = \frac{\pi}{4}$

$\frac{30}{180}$ $\frac{1}{6}$

2 $\tan^2 X \operatorname{Sen} X = \operatorname{Sen} X$

$\tan^2 X \operatorname{Sen} X - \operatorname{Sen} X = 0$

$\operatorname{Sen} X(\tan^2 X - 1) = 0$

$\operatorname{Sen} X = 0$

$X = 0$

$(\tan^2 X - 1) = 0$

$(\tan X - 1)(\tan X + 1) = 0$

$\tan X - 1 = 0$

$\tan X = 1$

$X = 45$

$\tan X + 1 = 0$

$\tan X = -1$

$X = \tan^{-1} -1$

$X = -45$

3 $\operatorname{Sen}^2 X - 2\operatorname{Sen} X + 1 = 0$

$X^2 - 2X + 1 = 0$

$(x-1)^2 = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1 \rightarrow \operatorname{Sen} X = 1$

$X = \operatorname{Sen}^{-1} 1$

$X = 90$

$X = \frac{\pi}{2}$

4- $2\operatorname{Cos}^2 Y - \operatorname{Cos} Y - 1 = 0$

$2Y^2 - Y - 1 = 0$

$\frac{-(-1) \pm \sqrt{-1^2 - 4(2)(-1)}}{2(2)}$

$\frac{1 \pm \sqrt{9}}{4}$

$\frac{1+3}{4}$ $\frac{1-3}{4}$

1 $-.5$

$\operatorname{Cos} Y = 1$

$Y = \operatorname{Cos}^{-1} 1$

$Y = 0$

$\operatorname{Cos} Y = -.5$

$Y = 120$

$Y = \frac{2\pi}{3}$

6 $\operatorname{Sec} X \operatorname{Csc} X = 2\operatorname{Csc} X$

$0 = 2\operatorname{Csc} X - \operatorname{Sec} X \operatorname{Csc} X$

$0 = \operatorname{Csc} X(2 - \operatorname{Sec} X)$

$0 = \operatorname{Csc} X$

$0 = \frac{1}{\operatorname{Sen} X}$

$\operatorname{Sen} X = 1$

$Y = \operatorname{Sen}^{-1} 1$

$Y = 90$

$\frac{\pi}{2}$

$0 = 2 - \operatorname{Sec} X$

$\operatorname{Sec} X = 2$

$\frac{120}{180}$

$\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$

7.- $2\cos^2 X + \cos X = 0$

$\cos X\,(2\cos X + 1) = 0$

$\cos X = 0$ | $2\cos X + 1 = 0$

$X = \cos^{-1} 0$ | $2\cos X = -1$

$X = 90$ | $\cos X = \frac{-1}{2}$

$X = \cos^{-1} -\frac{1}{2}$

$X = 120$

8.- $2\,\text{Sen}\, 2X = \sqrt{3}$

$\text{Sen}\, 2X = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cancel{2X}$

$2X = 60$

$\frac{3}{18}$ $\frac{1}{6}$ $X = 30$

$X = \frac{\pi}{6}$

9.-

3.2 = 100 6.5
~~x~~ 20

Ex 1	20	3.2	.64
Ex 2	20	3	.6
Ex 3	20	9	~~1.94~~ 1.94
Lab	10	9.7	.97
Proj	10	9.7	.97
Part	10	9	.9

2

5.05

1.45

7.3 = 6.5

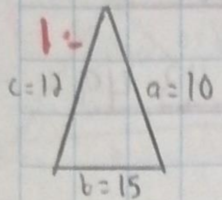
9 = 7

100 entregada

Alumno: Joel Alejandro Espinoza Sánchez Grupo B

Ejercicios Ley de Senos y Cosenos!

1:-



1:- $\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \rightarrow \cos A = \frac{(15)^2+(12)^2-(10)^2}{2(15)(12)}$

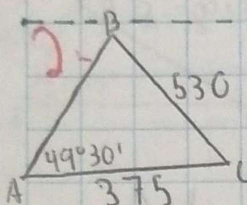
$\frac{269}{360} \rightarrow \cos A = .7472 \rightarrow A = 41.6496$

2:- $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} \rightarrow \frac{\text{Sen } 41.6496}{10} = \frac{\text{Sen } B}{15}$

$.9968 = \text{Sen } B \rightarrow B = 85.4583$

3:- $180 - A - B = C \rightarrow C = 52.8908$

2:-



1:- $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} \rightarrow \frac{\text{Sen } 49°30'}{530} = \frac{\text{Sen } B}{375}$

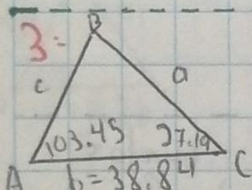
$B = 32.5491$

2:- $180 - A - B = C \rightarrow C = 97.95$

3:- $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } C}{c} \rightarrow \frac{\text{Sen } 49°30'}{530} = \frac{\text{Sen } 97.95}{c}$

$c = 690.29$

3:-



1:- $180 - A - C = B \rightarrow B = 49.36$

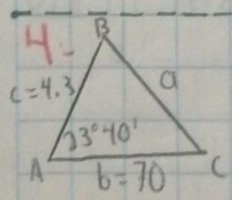
2:- $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} \rightarrow \frac{\text{Sen } 103.45}{a} = \frac{\text{Sen } 49.36}{38.84}$

$a = 49.78$

3:- $\frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c} \rightarrow \frac{\text{Sen } 49.36}{38.84} = \frac{\text{Sen } 27.19}{c}$

$c = 23.38$

4:-



1:- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$a = \sqrt{(70^2)+(4.3^2)-2(70)(4.3)\cos(23°40')}$

$a = 66.08$

2:- $\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b}$

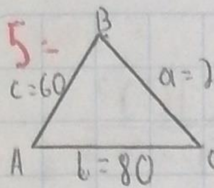
$\frac{\text{Sen } 23°40'}{66.08} = \frac{\text{Sen } B}{70}$

$B = 25.1618$

3:- $180 - A - B = C$

$C = 131.1715$

5.-

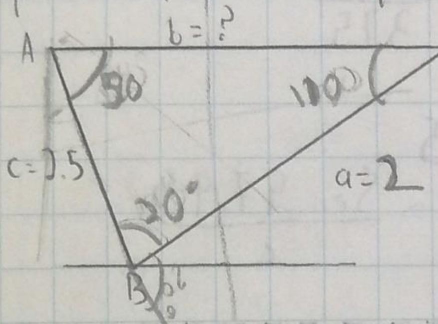


1.- $\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \rightarrow \cos A = .9765 \rightarrow \underline{A = 12.42}$

2.- $\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} \rightarrow \frac{\operatorname{Sen} 12.42}{25} = \frac{\operatorname{Sen} B}{80} \rightarrow \underline{B = 43.49}$

3.- $180 - A - B = C \rightarrow \underline{C = 124.08}$

6.- Un trotador corre a una velocidad constante de 1 milla cada 8 min en dirección S 40° E durante 20 minutos y luego en dirección N 20° E durante los siguientes 16 minutos. Calcula al décimo de milla más cercano la distancia del pto final al de partida de la pista



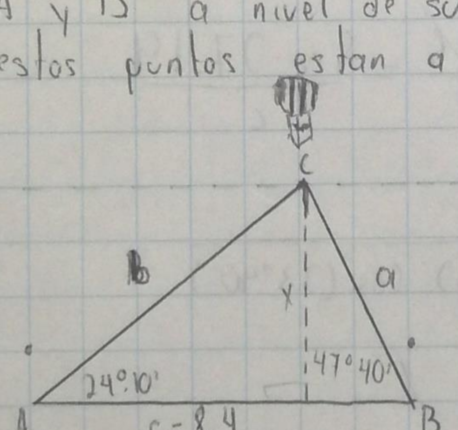
1 - 8

x - 16

$\frac{\operatorname{Sen} B}{b} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c}$ $\frac{\operatorname{Sen} 20}{b} = \frac{\operatorname{Sen} 110}{2.5}$

$b = .9099$

7.- Los angulos de elevación de un globo desde los puntos A y B a nivel de suelo son 24°10' y 47°40'. Según la figura estos puntos estan a 8.4 millas entre sí. Calcular su altura



1.- $\underline{C = 108°10'}$

2.- $\frac{\operatorname{Sen} C}{c} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} \rightarrow \frac{\operatorname{Sen} 108°10'}{8.4} = \frac{\operatorname{Sen} 47°40'}{b}$

$\underline{b = 6.5353}$

3.- $\operatorname{Sen} 24°10' = \frac{x}{6.5353}$

$6.5353(\operatorname{Sen} 24°10') = x$

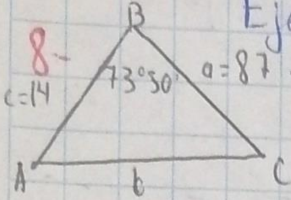
$6.5353(.4093) = x$

$\boxed{2.6755 = x}$

Alumno: Joel Alejandro Espinoza Sánchez Grupo B

Ejercicios Ley Senos y Cosenos

8-



1- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

$\underline{b = 84.1827}$

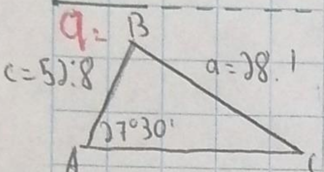
2- $\frac{\operatorname{Sen} B}{b} = \frac{\operatorname{Sen} A}{a} \rightarrow \frac{\operatorname{Sen} 73°50'}{84.1827} = \frac{\operatorname{Sen} A}{87}$

$\underline{A = 83.0248}$

3- $180 - A - B = C$

$\underline{C = 23.1418}$

9-



1- $\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c} \rightarrow \frac{\operatorname{Sen} 27°30'}{28.1} = \frac{\operatorname{Sen} C}{52.8}$

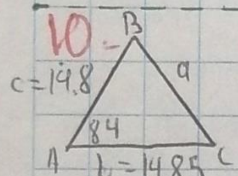
$\underline{C = 60.1840}$

2- $180 - A - C = B \rightarrow \underline{B = 92.316}$

3- $\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} \rightarrow \frac{\operatorname{Sen} 27°30'}{28.1} = \frac{\operatorname{Sen} 92.316}{b}$

$\underline{b = 60.8059}$

10-



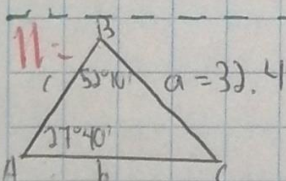
1- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$\underline{a = 23.4753}$

2- $\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} \rightarrow \frac{\operatorname{Sen} 84}{23.4753} = \frac{\operatorname{Sen} B}{14.85} \rightarrow \underline{B = 38.9848}$

3- $180 - A - B = C \rightarrow \underline{C = 57.0152}$

11-



1- $180 - A - B = C \rightarrow \underline{C = 100°10'}$

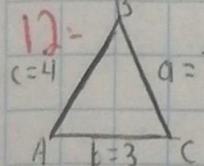
2- $\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} \rightarrow \frac{\operatorname{Sen} 27°40'}{32.4} = \frac{\operatorname{Sen} 52°10'}{b}$

$\underline{b = 55.1108}$

3- $\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c} \rightarrow \frac{\operatorname{Sen} 27°40'}{32.4} = \frac{\operatorname{Sen} 100°10'}{c}$

$\underline{c = 68.6828}$

12-



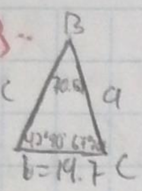
1- $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \rightarrow \underline{A = 28.9550}$

2- $\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} \rightarrow \underline{B = 46.5674}$

3- $180 - A - B = C$

$\underline{C = 104.4776}$

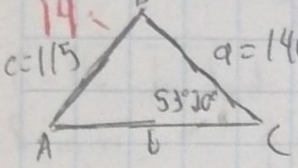
13.-



1.- $\frac{\operatorname{Sen} B}{b} = \frac{\operatorname{Sen} A}{a}$ $\qquad a = 14.16$

2.- $\frac{\operatorname{Sen} B}{b} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c}$ $\qquad c = 19.2598$

14.-



1.- $\frac{\operatorname{Sen} C}{c} = \frac{\operatorname{Sen} A}{a}$ $\qquad A = 77.5535$

2.- $180 - A - C = B$ $\qquad B = 49.1166$

3.- $\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b}$ $\qquad b = 108.3935$